

МІЖРЕГІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
дисципліни
**“МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ
ЕКОЛОГІЇ ТА ЗАХИСТУ НАВКОЛИШНЬОГО
СЕРЕДОВИЩА”**
(для спеціалістів)

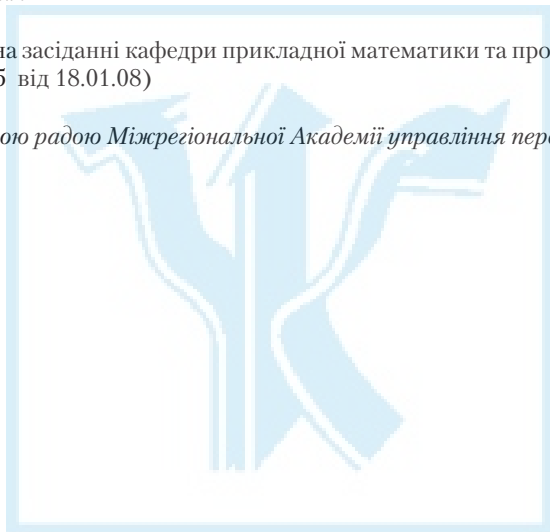
МАУП

Київ
ДП «Видавничий дім «Персонал»
2009

Підготовлена доцентом кафедри прикладної математики та програмування
Ю. В. Загороднім

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики та програмування
(протокол № 5 від 18.01.08)

Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом



Загородній Ю. В. Навчальна програма дисципліни “Методи та моделі розв’язування задач екології та захисту навколишнього середовища” (для спеціалістів). – К.: ДП «Вид. дім «Персонал», 2009. – 20 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, тематичний план, зміст дисципліни “Методи та моделі розв’язування задач екології та захисту навколишнього середовища”, питання для самоконтролю, варіанти контрольних робіт, а також список літератури.

- © Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП), 2009
- © ДП «Видавничий дім «Персонал», 2009

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Збільшення масштабів дії людини на природне середовище упорядкованих останніх десятиліть призвело до необхідності розробки спеціальних програм охорони довкілля і методів визначення допустимого навантаження на екосистеми. Великого значення набуває вміння точно оцінити збитки, нанесені навколишньому середовищу та визначити шляхи покращання ситуації.

Метою курсу — сформувати систему знань з методології інструментарію побудови моделей екологічних систем та системи управління природокористуванням, їх аналіз та використання, озброєння майбутніх спеціалістів методологією побудови моделей для проведення активного системного аналізу екологічних процесів і явищ.

Курс “Методи та моделі розв’язування задач екології та захисту навколишнього середовища” вивчається студентами спеціальності прикладна математика на 5-му курсі в 10-му семестрі, коли вони опанували базові дисципліни спеціальності — “Математичний аналіз”, “Теорія ймовірності”, “Математичне програмування”, “Моделювання економічних, соціальних та екологічних процесів” та ін.

У процесі навчання студенти ознайомлюються з основами математичного аналізу екологічних процесів; вчать використовувати методи прийняття рішень в оптимізації процесів природокористування; набувають практичних навичок моделювання й аналізу заходів щодо захисту навколишнього середовища і процесів на рівні екосистеми, регіону, біосфери Землі.

У процесі вивчення дисципліни студенти поглиблюють свої знання у важливих напрямках прикладної математики, зокрема задач методів оптимізації, математичного аналізу, теорії ймовірностей та математичної статистики з використанням комп’ютерного моделювання, методів оптимізації та інших дисциплін необхідних для майбутніх досліджень.

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН
дисципліни
“МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЕКОЛОГІЇ
ТА ЗАХИСТУ НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА”

№ пор.	Назва змістового модуля і теми
	Змістовий модуль I. Системний аналіз екологічних процесів
1	Поняття та структура екологічних систем
2	Задачі управління природокористуванням
	Змістовий модуль II. Математичні моделі екологічних систем
3	Моделі росту біологічних популяцій у різних умовах довкілля. Управління ростом
4	Математичні методи опису динаміки речовин та процесів розвитку в екосистемах
5	Моделювання природних і кліматичних умов
	Змістовий модуль III. Моделі управління природокористуванням
6	Моделі прийняття рішень в управлінні природокористуванням
7	Використання методу імітаційного моделювання при розв’язуванні екологічних проблем
Разом годин: 54	

ЗМІСТ
дисципліни
“МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЕКОЛОГІЇ
ТА ЗАХИСТУ НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА”

Змістовий модуль I. Системний аналіз екологічних процесів

Тема 1. Поняття та структура екологічних систем

Поняття та властивості екосистеми як середовища співіснування популяцій живих організмів. Популяції та екосистеми. Структура екосистем. Блок-схеми взаємодії процесів в екосистемах. Природні

та штучні екосистеми. Потоки енергії в екосистемах. Продуктивність біосистем. Біосфера та ноосфера.

Література [1–3; 7; 15; 17; 21]

Тема 2. Задачі управління природокористуванням

Природокористування та біобезпека. Моніторинг та контроль у сфері охорони навколишнього середовища. Принципи природокористування. Природні ресурси. Оцінка стану навколишнього середовища. Екологічні критерії управління людською діяльністю. Прогнозування стану довкілля. Поняття та проблеми стійкого розвитку регіонів. Математичні оцінки стійкого розвитку. Правові аспекти природокористування. Екологічні проблеми урбанізації.

Література [7; 8; 15; 22; 26]

Змістовий модуль II. Математичні моделі екологічних систем

Тема 3. Моделі росту біологічних популяцій у різних умовах довкілля. Управління ростом

Основні етапи моделювання розвитку екосистем. Моделі росту чисельності популяцій. Моделі росту популяцій з неперервним віком. Лімітування росту популяцій. Логістичний ріст. Моделі мікробних екосистем. Проблеми біоінформатики.

Література [6; 8; 10; 20; 23]

Тема 4. Математичні методи опису динаміки речовин та процесів розвитку в екосистемах

Математичні моделі кругообігу речовин. Геоінформаційні системи та їх використання в задачах охорони довкілля. Модель кругообігу азоту в екосистемі. Моделювання процесу азотфіксації. Моделі процесів самоорганізації в екосистемах. Модель вибору єдиного коду та її дослідження. Цінність інформації в екосистемах та її оцінювання.

Література [9; 10; 14; 22; 29]

Тема 5. Моделювання природних і кліматичних умов

Основні показники клімату та їх річна динаміка. Клімат та погода. Моделювання річної динаміки температури, вологості та сонячної активності. Математичні моделі. Модель динаміки температури середовища протягом вегетаційного періоду. Модель динаміки сонячної радіації протягом вегетаційного періоду. Модель динаміки опадів та вологості ґрунту.

Література [15; 22; 30; 32]

Змістовий модуль III. Моделі управління природокористуванням

Тема 6. Моделі прийняття рішень в управлінні природокористуванням

Динамічні властивості експлуатованих екосистем. Біосистеми і теорія управління. Принцип оптимальності в біології. Постановка задачі прийняття рішень у конфліктних ситуаціях природокористування. Техногенні системи та біобезпека. Біологічні і фізіологічні системи управління. Використання методів варіаційного числення в моделях біологічних та екологічних систем. Модель кровноносної системи. Онтогенез та філогенез з точки зору принципу оптимальності. Принцип оптимальності та теорія трансформацій.

Література [8; 10; 13; 19]

Тема 7. Використання методу імітаційного моделювання при розв'язуванні екологічних проблем

Переваги і недоліки методу імітаційного моделювання в розв'язуванні задач екології. Імітаційні моделі екосистем. Модель "Ліс-шкідник". Використання пакетів прикладних програм в імітаційному моделюванні екосистем. Імовірнісні моделі біологічних систем. Імітаційні моделі розвитку рослин.

Можливість використання рослин та фітовірусів як індикаторів екологічного стану довкілля.

Література [8; 22; 23; 33]

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Поняття та властивості екосистеми як середовища співіснування популяцій живих організмів.
2. Структура екосистем.
3. Еволюція інформації в екосистемах.
4. Поняття та принципи природокористування.
5. Оцінка збитків навколишньому середовищу. Формула Ізраеля.
6. Техногенні системи та біобезпека.
7. Екологічні критерії стійкого розвитку.
8. Блок-схеми природних екосистем.
9. Етапи математичного моделювання екологічних систем.
10. Програмне забезпечення розв'язування задач екології.
11. Прикладне математичне і програмне забезпечення.

12. Завдання управління екосистемами.
13. Постановка завдання прийняття рішень у конфліктних ситуаціях природокористування.
14. Динамічні моделі штучних екосистем та біотехнологія.
15. Методи прогнозування стану довкілля.
16. Моделі динаміки біологічних популяцій.
17. Моделі росту чисельності популяцій.
18. Модель динаміки популяції з неперервним віком.
19. Динаміка популяцій в стаціонарному середовищі.
20. Динаміка моноциклічної популяції в різних умовах довкілля.
21. Рівняння моделі мікробних екосистем.
22. Управління клітинними популяціями.
23. Модель “хижак–жертва” та її модифікації.
24. Динамічні моделі двох-видових екосистем.
25. Динамічні моделі природних екосистем. Імітаційна модель “ліс–шкідник”.
26. Модель риболовного промислу Е. Шефера.
27. Динамічні властивості моделей експлуатованих екосистем.
28. Коливання динаміки експлуатованих популяцій.
29. Моделі трофічних зв'язків в екосистемі.
30. Умови існування хаотичних режимів в екосистемах.
31. Проблеми стійкості станів рівноваги в екосистемах.
32. Спостереження змінних стану екосистем.
33. Імітаційне моделювання екосистем.
34. Використання пакетів прикладних програм у розв'язуванні задач екології.
35. Модель агрофітоценоза пшениці.
36. Рівняння теплопереносу в ґрунті.
37. Автоматизація комп'ютерних експериментів при дослідженні екосистем.
38. Біосистеми і теорія управління. Принцип оптимальності в біології.
39. Використання методів варіаційного числення в моделях біологічних та екологічних систем. Модель кровоносної системи.
40. Онтогенез та філогенез з точки зору принципу оптимальності.
41. Принцип оптимальності та теорія трансформацій.
42. Динамічні моделі агроекосистем. Роль моделей в агрономії.
43. Моделювання погодних і кліматичних умов.
44. Модель динаміки температури середовища протягом вегетаційного періоду.

45. Модель динаміки сонячної радіації протягом вегетаційного періоду.
46. Модель динаміки опадів та вологості ґрунту.
47. Математичні методи опису динаміки речовин (азоту) в ґрунті.
48. Основні класи рівнянь у моделюванні екологічних процесів.
49. Біологічні і фізіологічні системи управління.
50. Імовірнісні моделі біологічних систем.
51. Моделі росту рослин протягом вегетаційного періоду.
52. Аналіз впливу факторів зовнішнього середовища на ріст рослин.
53. Дослідження ефективності процесів фотосинтезу та азотфіксації в різних умовах довкілля.
54. Методи дослідження якості та кількості урожаю рослин. Виробнича функція рослинництва.
55. Можливість використання рослин та фітовірусів як індикаторів екологічного стану довкілля.
56. Якісні методи дослідження моделей екосистем.
57. Принципи самоорганізації в моделях екологічних систем.
58. Еволюція інформації в екосистемах.
59. Моделі біологічної кінетики.
60. Цінність інформації в екосистемах та її оцінювання.
61. Моделювання кліматичних змін.
62. Дві групи факторів, які впливають на біологічні популяції.
63. Рівняння самоорганізації. Приклад — вибір єдиного коду. Модель Чернявського.
64. Моделювання інформаційної динаміки.
65. Цінність інформації та її застосування для управління екосистемами.
66. Моделі вірусних репродукцій.
67. Моделі кінетики ферментативних процесів.
68. Використання термодинамічної теорії в дослідженні екосистем.
69. Система “фермент-субстрат-інгібітор”.
70. Використання теорії харківських процесів у популяційній динаміці.
71. Моделювання динаміки шкідливих популяцій.
72. Моделі хімічних трансформацій в атмосфері.
73. Аналіз впливу забруднень на динаміку хвороб.
74. Вплив метеумов на розвиток популяцій.
75. Методи штучного культивування мікроорганізмів.
76. Вплив лімітуючих факторів на ріст популяцій.
77. Коливання у ферментативних процесах.

78. Проблеми та перспективи моделювання екологічних систем.
79. Самоорганізація та самоадаптація в екосистемах.
80. Моделі штучних екосистем. Міста.
81. Моделі кругообігу фосфору в системі пасовища.
82. Системи управління містом з урахуванням екологічних критеріїв.
83. Моделі та види критеріїв стійкого розвитку.
84. Хвильові процеси в екосистемах.
85. Динамічні моделі природних екосистем.
86. Структура та моделі агроекосистем.
87. Завдання управління в сільському господарстві. Постановка та шляхи розв'язування.
88. Особливості реалізації програмного забезпечення в дослідженні екосистем.
89. Моделювання стохастичних процесів в екосистемах.
90. Завдання управління техногенними екосистемами.

ВАРІАНТИ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

Варіант 1

Провести якісний аналіз моделі виникнення і розповсюдження забруднення в деякому регіоні, яка має такий вигляд:

$$\frac{dx_1}{dt} = -0,1x_1 - 0,02x_1x_2 + u_1,$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 0,02x_1x_2 - 0,3x_2 + u_2,$$

$$\frac{dx_3}{dt} = 0,1x_1 + 0,3x_2.$$

де $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ – відповідно, функції кількості тих, хто може захворіти, хворих та імунізованих; u_1 , u_2 – відповідно, постійні швидкості росту населення та виникнення нових хворих. Що зміниться, якщо прийняти за u_1 не постійну величину, а $u_1 = 0,3x_1$.

Варіант 2

Дослідити динаміку моделі росту виробництва з навантаженням на середовище.

Нехай функція корисності від виробництва має такий вигляд:

$$u(c, p) = Ac^a - Bp^b, \quad 0 < a < 1, b > 1; A, B > 0,$$

де $c(t)$, $p(t)$ – відповідно, функція споживання продукції виробництва і функція концентрації відходів, які мають негативний вплив на стан середовища (забруднення). Нехай:

$$p = \varepsilon Y = \varepsilon F(K, L), \quad F(K, L) = f_0 K^{0,3} L^{0,6}, \\ c = aF(K, L).$$

Частина відходів $p(t)$ асимілюється із середовищем з темпом $\gamma p(t)$. При зниженні забруднення на 1 витрачається r одиниць продукції. Отже, маємо наступну систему рівнянь, де $K(t)$ – функція капіталу виробництва:

$$\frac{dK(t)}{dt} = (1 - a - b)F(K, L) - \mu K(t), \\ \frac{dp(t)}{dt} = (\varepsilon - rb)F(K, L) - \gamma p(t).$$

Для задачі оптимального керування введемо критерій оптимальності, як максимізацію загальної корисності. Як він виглядає?

Варіант 3

Дослідити якісну картину динаміки процесів, які описує така модифікація моделі “хижак–жертва”:

$$\frac{dx}{dt} = x(a_1 - b_{12}y - b_{11}x), \\ \frac{dy}{dt} = y(-a_2 + b_{21}x - b_{22}y).$$

де $x(t)$, $y(t)$ – відповідно, функції концентрації жертв і хижаків у деякій екосистемі.

Варіант 4

Дослідити динаміку змінних стану моделі системи безперервного культивування клітин в реакторі (модель Моно):

$$\frac{dx}{dt} = \mu(s)x - vx, \\ \frac{ds}{dt} = -g\mu(s)x - vs + vs_p.$$

де x – концентрація біомаси популяції; s_p, s – концентрація субстрату живлення на вході в реактор і в самому реакторі; $\mu(s)$ – питома швидкість розмноження.

Що дасть врахування вікової структури популяції через розбиття життєвого циклу клітини на послідовні етапи (фази)?

Наприклад, якою може бути зміна сухої маси культивованої популяції *S. Cerevisiae* при ступеневій зміні концентрації глюкози на вході в реактор s_p з 0,46 г/(л/год) до 2,21 при швидкості розбавлення $v = 0,1$ 1/год. При цьому вплив лімітуючого субстрату на швидкість переходу дочірніх клітин на репродукційну (материнську) фазу можна задавати формулою Міхаеліса-Ментен: $\mu(s) = \frac{0,2s}{0,5+s}$.

Варіант 5

Дослідити модель риболовного промислу Е. Шефера.

Нехай $x(t)$ — біомаса рибної популяції в час $t \in [0, T]$.

$G(x) = \frac{rx}{1-x/k}$ — функція швидкості біологічного приросту популяції. Тоді

$$\frac{dx}{dt} = G(x) - qux,$$

де q — максимальний темп вилову, риби; $0 \leq u \leq 1$ — стратегія вилову; $q = 0,2$.

Варіант 6

Провести якісний аналіз моделі виникнення і розповсюдження забруднення в деякому регіоні, яка має такий вигляд:

$$\frac{dx_1}{dt} = -0,1x_1 - 0,02x_1x_2 + u_1,$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 0,02x_1x_2 - 0,3x_2 + u_2,$$

$$\frac{dx_3}{dt} = 0,1x_1 + 0,3x_2 - 0,1x_3,$$

де $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ — відповідно, функції кількості тих, хто може захворіти, хворих і імунізованих; u_1, u_2 — відповідно, постійні швидкості росту населення та виникнення нових хворих. Що зміниться, якщо прийняти за u_1 не постійну величину, а $u_1 = 0,3x_1$.

Варіант 7

Дослідити динаміку тепла в ґрунті, якщо температура ґрунту в час $t \in [0, T]$ на глибині $x \in [0, r]$ — $T_s(t, x)$ — підкоряється такому рівнянню:

$$c(w) \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\lambda(w) \frac{\partial T_s}{\partial x}),$$

з крайовими та початковими умовами:

$$T_s(t, 0) = Q_0(t), T_s(t, r) = Q_r,$$

$$T_s(0, x) = Q_1(x),$$

де $0 \leq w \leq 100$ — вологість ґрунту; $c(w)$ — коефіцієнт теплоємності; $\lambda(w)$ — коефіцієнт теплопровідності.

Наприклад, $c(w) = c_0 + c_1 w$; $\lambda(w) = \lambda_0 + \lambda_1 w + \lambda_2 w^2$.

Варіант 8

Провести якісний аналіз моделі виникнення і розповсюдження забруднення в деякому регіоні, яка має такий вигляд:

$$\frac{dx_1}{dt} = -0,2x_1 - 0,02x_1x_2 + u_1,$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 0,02x_1x_2 - 0,3x_2 + u_2,$$

$$\frac{dx_3}{dt} = 0,1x_1 + 0,3x_2.$$

де $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ — відповідно, функції кількості тих, хто може захворіти, хворих та імунізованих; u_1, u_2 — відповідно, постійні швидкості росту населення та виникнення нових хворих. Що зміниться, якщо прийняти за u_1 не постійну величину, а $u_1 = 0,25x_1$.

Варіант 9

Розв'язати задачу. Нехай два незалежних підприємства A, B розташовані на березі якоїсь річки. Незалежність учасників полягає в тому, що кожний з них має певний ресурс (гроші) Q_A, Q_B і може його використовувати за власним вибором. Нехай суб'єкти ПР — це директори заводів (підприємств) з різних відомств, навіть — країн. Тобто, між ними немає зв'язків ієрархічного типу, але є екологічний зв'язок.

Кожне підприємство має свою “еґоїстичну” мету — максимально збільшити власний прибуток $\Psi_i(y_i) \rightarrow \max, i = A, B$.

Для виробництва і життя обом підприємствам потрібна чиста вода — одному більше, другому — менше. Крім того, в країнах можуть бути свої системи штрафів за забруднення чи користування ресурсами середовища. Отже, частину свого бюджету (x_i) підприємства змушені відраховувати на очисні споруди власної ділянки річки. Отже, $Q_i = y_i + x_i$.

Виникає непросте завдання — створити таку систему відрахувань на очищення води річки (загальної для всіх учасників), яка була б усім вигідною (і, можливо, не тільки підприємствам).

Варіант 10

Дослідити модель динаміки клітинної популяції, яка складається з наступних рівнянь:

$$\frac{dx}{dt} = p(s, z)Ax - (d + w)x,$$

$$\frac{ds}{dt} = -p(s, z)Gz - (d + w)(s - s_p),$$

$$\frac{dz}{dt} = -q(x, s, z) - b(z - z_0).$$

де $z(t)$ — концентрація кисню в середовищі; $q(x, s, z) = \frac{0,1xsz}{s + s}$ — швидкість споживання кисню популяцією; d — швидкість розбавлення, яка встановилася; w — швидкість розбавлення, яка є параметром керування; A — структурна матриця розмноження клітин (нерозкладна матриця); $p(s, z) = \frac{0,2sz}{s + z}$ — питома швидкість росту популяції.

Варіант 11

Провести якісний аналіз моделі виникнення і розповсюдження забруднення в деякому регіоні, яка має такий вигляд:

$$\frac{dx_1}{dt} = -0,1x_1 - 0,02x_1x_2 + u_1,$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 0,02x_1x_2 - 0,3x_2 + u_2,$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 0,1x_1 + 0,3x_2,$$

де $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ – відповідно, функції кількості тих, хто може захворіти, хворих та імунізованих; u_1, u_2 – відповідно, постійні швидкості росту населення та виникнення нових хворих. Що зміниться, якщо прийняти за u_1 не постійну величину, а $u_1 = 0,3x_1$.

Варіант 12

Дослідити динаміку змінних стану моделі системи безперервного культивування клітин в реакторі (модель Моно):

$$\frac{dx}{dt} = \mu(s)x - vx,$$

$$\frac{ds}{dt} = -g\mu(s)x - vs + vs_p,$$

де x – концентрація біомаси популяції; s_p, s – концентрація субстрату живлення на вході в реактор і в самому реакторі; $\mu(s)$ – питома швидкість розмноження.

Що дасть врахування вікової структури популяції через розбиття життєвого циклу клітини на послідовні етапи (фази)?

Наприклад, якою може бути зміна сухої маси культивованої популяції *S. cerevisiae* при ступеневій зміні концентрації глюкози на вході в реактор s_p з 0,46 г/(л/год) до 2,21 при швидкості розбавлення $v = 0,1$ 1/год. При цьому вплив лімітуючого субстрату на швидкість переходу дочірніх клітин у репродукційну (материнську) фазу мож-

на задавати формулою Міхаеліса-Ментен: $\mu(s) = \frac{0,2s}{0,5 + s}$.

Варіант 13

Провести якісний аналіз моделі виникнення і розповсюдження забруднення в деякому регіоні, яка має такий вигляд:

$$\frac{dx_1}{dt} = -0,1x_1 - 0,02x_1x_2 + u_1,$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 0,02x_1x_2 - 0,3x_2 + u_2,$$

$$\frac{dx_3}{dt} = 0,1x_1 + 0,3x_2,$$

де $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ – відповідно, функції кількості тих, хто може захворіти, хворих і імунізованих; u_1, u_2 – відповідно, постійні швид-

кості росту населення та виникнення нових хворих. Що зміниться, якщо прийняти за u_1 не постійну величину, а $u_1 = 0,3x_1$.

Варіант 14

Дослідити модель динаміки клітинної популяції, яка складається з таких рівнянь:

$$\frac{dx}{dt} = p(s, z)Ax - (d + w)x,$$

$$\frac{ds}{dt} = -p(s, z)Gz - (d + w)(s - s_p),$$

$$\frac{dz}{dt} = -q(x, s, z) - b(z - z_0),$$

де $z(t)$ — концентрація кисню в середовищі; $q(x, s, z) = \frac{0,1xsz}{s + z}$ — швидкість споживання кисню популяцією; d — швидкість розбавлення, яка встановилася; w — швидкість розбавлення, яка є параметром керування; A — структурна матриця розмноження клітин (нерозкладна матриця); $p(s, z) = \frac{0,2sz}{s + z}$ — питома швидкість росту популяції.

Варіант 15

Дослідити динаміку моделі росту виробництва з навантаженням на середовище.

Нехай функція корисності від виробництва має вигляд:

$$u(c, p) = Ac^a - Bp^b, \quad 0 < a < 1, b > 1; A, B > 0,$$

де $c(t)$, $p(t)$ — відповідно, функція споживання продукції виробництва і функція концентрації відходів, які мають негативний вплив на стан середовища (забруднення). Нехай,

$$p = \varepsilon Y = \varepsilon F(K, L), \quad F(K, L) = f_0 K^{0,3} L^{0,6},$$

$$c = aF(K, L).$$

Частина відходів $p(t)$ асимілюється з середовищем з темпом $\gamma p(t)$. При зниженні забруднення на 1 витрачається r одиниць продукції. Отже, маємо наступну систему рівнянь, де $K(t)$ — функція капіталу виробництва:

$$\frac{dK(t)}{dt} = (1 - a - b)F(K, L) - \mu K(t),$$

$$\frac{dp(t)}{dt} = (\varepsilon - rb)F(K, L) - \gamma p(t).$$

Для задачі оптимального керування введемо критерій оптимальності, як максимізацію загальної корисності. Як він виглядає?

Варіант 16

Дослідити динаміку змінних стану моделі системи безперервного культивування клітин у реакторі (модель Моно):

$$\frac{dx}{dt} = \mu(s)x - vx,$$

$$\frac{ds}{dt} = -g\mu(s)x - vs + vs_p,$$

де x — концентрація біомаси популяції; s_p, s — концентрація субстрату живлення на вході в реактор і в самому реакторі; $\mu(s)$ — питома швидкість розмноження.

Що дасть врахування вікової структури популяції через розбиття життєвого циклу клітини на послідовні етапи (фази)?

Наприклад, якою може бути зміна сухої маси культивованої популяції *S. Cerevisiae* при ступеневій зміні концентрації глюкози на вході в реактор s_p з 0,46 г/(л/год) до 2,21 при швидкості розбавлення $v = 0,1$ 1/год. При цьому вплив лімітуючого субстрату на швидкість переходу дочірніх клітин у репродукційну (материнську) фазу мож-

на задавати формулою Міхаеліса-Ментен: $\mu(s) = \frac{0,2s}{0,5 + s}$.

Варіант 17

Дослідити модель риболовного промислу Е. Шефера.

Нехай $x(t)$ — біомаса рибної популяції в час $t \in [0, T]$.

$G(x) = \frac{rx}{1 - x/k}$ — функція швидкості біологічного приросту популяції.

Тоді

$$\frac{dx}{dt} = G(x) - qux,$$

де q — максимальний темп вилову риби; $0 \leq u \leq 1$ — стратегія вилову;

Варіант 18

Провести якісний аналіз моделі виникнення і розповсюдження забруднення в деякому регіоні, яка має наступний вигляд:

$$\frac{dx_1}{dt} = -0,2x_1 - 0,02x_1x_2 + u_1,$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 0,02x_1x_2 - 0,3x_2 + u_2,$$

$$\frac{dx_3}{dt} = 0,1x_1 + 0,3x_2,$$

де $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ — відповідно, функції кількості тих, хто може захворіти, хворих та імунізованих; u_1 , u_2 — відповідно, постійні швидкості росту населення та виникнення нових хворих. Що зміниться, якщо прийняти за u_1 не постійну величину, а $u_1 = 0,25x_1$.

Варіант 19

Провести якісний аналіз моделі виникнення і розповсюдження забруднення в деякому регіоні, яка має наступний вигляд:

$$\frac{dx_1}{dt} = -0,2x_1 - 0,02x_1x_2 + u_1,$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 0,02x_1x_2 - 0,3x_2 + u_2,$$

$$\frac{dx_3}{dt} = 0,1x_1 + 0,3x_2,$$

де $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ — відповідно, функції кількості тих, хто може захворіти, хворих та імунізованих; u_1 , u_2 — відповідно, постійні швидкості росту населення та виникнення нових хворих. Що зміниться, якщо прийняти за u_1 не постійну величину, а $u_1 = 0,25x_1$.

Варіант 20

Дослідити модель динаміки клітинної популяції, яка складається з таких рівнянь:

$$\frac{dx}{dt} = p(s, z)Ax - (d + w)x,$$

$$\frac{ds}{dt} = -p(s, z)Gz - (d + w)(s - s_p),$$

$$\frac{dz}{dt} = -q(x, s, z) - b(z - z_0),$$

де $z(t)$ – концентрація кисню в середовищі; $q(x, s, z) = \frac{0,1xsz}{s + s}$ – швидкість споживання кисню популяцією; d – швидкість розбавлення, яка встановилася; w – швидкість розбавлення, яка є параметром керування; A – структурна матриця розмноження клітин (нерозклад на матриця); $p(s, z) = \frac{0,2sz}{s + z}$ – питома швидкість росту популяції.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. *Одум Ю.* Общая экология. – М.: Мир, 1975, 1986.
2. *Семевский Ф. Р., Семенов С. М.* Математическое моделирование экологических процессов. – Л.: Гидрометеиздат, 1982.
3. *Полуэктов Р. А., Пых Ю. А., Швитов И. А.* Динамические модели экологических систем. – Л.: Гидрометеиздат, 1980. – 288 с.
4. *Полуэктов Р. А.* Динамические модели агроэкосистемы. – Л.: Гидрометеиздат, 1991. – 312 с.
5. *Пиг Дж.* Прикладная общая теория систем: В 2 кн. – М.: Мир, 1981.
6. *Динамическая теория биологических популяций* / Под ред. Р. А. Полуэктова. – М.: Наука, 1974. – 456 с.
7. *Реймерс Н. Ф.* Природопользование. – М.: Мысль, 1990. – 628 с.
8. *Управление экологическими системами* / Б. Г. Заславский, Р. А. Полуэктов. – М.: Наука, 1988. – 296 с.
9. *Моисеев Н.* Экология человечества глазами математика (Человек, природа и будущее цивилизации). – М.: Молодая гвардия, 1988. – 254 с.
10. *Чернавский Д. С.* Синергетика и информация. – М.: Знание, 1990. – 48 с.
11. *Торили Дж.* Математические модели в физиологии растений. – К.: Наук. думка, 1982. – 312 с.
12. *Марчук Г. И.* Математические модели в иммунологии и медицине. – М.: Наука, 1982.
13. *Розен Р.* Принцип оптимальности в биологии: Пер. с англ. – М.: Мир, 1969. – 216 с.
14. *Загородній Ю. В., Войтенко В. В.* Математичні моделі екологічних систем. – Житомир: Вид-во ЖІТІ, 2000. – 119 с.

15. *Ляшенко І. М.* Економіко-математичні методи та моделі сталого розвитку. — К.: Вища шк., 1999. — 234 с.
16. *Самарский А. А., Михайлов А. П.* Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. — М.: Наука: Физмат, 1997. — 320 с.
17. *Израэль Ю. А.* Экология и контроль состояния природной среды. — М.: Гидрометеониздат, 1984. — 556 с.
18. *Глобальные изменения природной среды (климат и водный режим).* — М.: Научный мир, 2000. — 304 с.

Додаткова

19. *Мазалов В. П., Реттиева А. Н.* Равновесие по Нешу в задачах охраны окружающей среды // Математическое моделирование. — 2006. — Т. 18. — № 5. — С. 73–90.
20. *Смит Дж. М.* Модели в экологии. — М.: Мир, 1976.
21. *Вернадский В. И.* Биосфера и ноосфера. — М.: Рольф, 2002. — 576 с.
22. *Пэнгл Р.* Методы системного анализа окружающей среды. — М.: Мир, 1979; *Горшков С. П.* Концептуальные основы геоэкологии. — М.: Геолдориздат, 2001. — 592 с.
23. *Робертс Ф. С.* Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. — М.: Наука, 1986. — 496 с.
24. *Голубев В. С.* Введение в синтетическую эволюционную экологию. — М.: Папирус про, 2001. — 320 с.
25. *Томашевский В. М.* Моделирование систем. — К.: Вид. груп. ВНУ, 2005. — 352 с.
26. *Голуб А. А., Струкова Е. Б.* Экономика природопользования. — М.: Аспект Пресс, 1999.
27. *Хеди Э., Диллон Д.* Производственные функции в сельском хозяйстве: Пер. с англ. — М.: Прогресс, 1965. — 600 с.
28. *Порфирьев В. Н.* Экологическая экспертиза и риск технологий. — М., 1998. — 190 с.
29. *Бродський Ю. Б., Желябовський В. М., Загородній Ю. В.* Інформатика і системологія. — Житомир: Вид-во ДАУ, 2002. — 188 с.
30. *Дрейер О. К., Лось В. А.* Экология и устойчивое развитие. — М.: Изд-во УРАО, 1997.
31. *Полужтов Р. А.* Динамические модели агроэкосистемы. — Л.: Гидрометеониздат, 1991. — 311 с.
32. *Бурдин К. С.* Основы биологического мониторинга. — М.: Изд-во МГУ, 1985. — 158 с.
33. *Загородній Ю. В., Бойко А. Л.* Математичні моделі в дослідженні вірусів рослин. — К., 2001. — 152 с.
34. *Закони України про охорону навколишнього середовища.*

ЗМІСТ

Пояснювальна записка.....	3
Тематичний план дисципліни “Методи та моделі розв’язування задач екології та захисту навколишнього середовища”	4
Зміст дисципліни “Методи та моделі розв’язування задач екології та захисту навколишнього середовища”	4
Питання для самоконтролю	6
Варіанти контрольних робіт.....	9
Список літератури	18

Відповідальний за випуск *А. Д. Вегеренко*
Редактор *Т. М. Коліна*
Комп’ютерне верстання *Н. М. Музиченко*

Зам. № ВКЦ-3791

Підп. до друку 30.03.09. Формат 60×84/16. Папір офсетний.
Друк ротатійний трафаретний.

Ум. друк арк. 1,16. Обл.-вид. арк. 0,92. Наклад 30 пр.

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)

03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП

ДП «Видавничий дім «Персонал»

03039 Київ-39, просп. Червонозоряний, 119, літ. ХХ

*Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
суб’єктів видавничої справи ДК № 3262 від 26.08.2008*