

МІЖРЕГІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
дисципліни
“ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ”
(для бакалаврів)

МАУП

Київ
ДП «Видавничий дім «Персонал»
2014

Підготовлено доцентом кафедри прикладної математики та інформаційних технологій *В. О. Людвиченко*

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики та інформаційних технологій (протокол № 5 від 20.03.10)

Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом

Людвиченко В. О. Навчальна програма дисципліни «Чисельні методи» (для бакалаврів). — К.: ДП «Вид. дім «Персонал», 2014. — 16 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, тематичний план та зміст дисципліни «Чисельні методи», питання для самоконтролю, список літератури.

- © Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП), 2014
- © ДП «Видавничий дім «Персонал», 2014

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Чисельні методи – це фундаментальна математична дисципліна, навчальний матеріал якої оснований на використанні знань з математичного аналізу, лінійної алгебри, звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь з частинними похідними.

Метою і завданням курсу є:

вивчення чисельних методів і алгоритмів розв'язання задач прикладної та обчислювальної математики, які включають в себе такі класи задач, як розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь, знаходження коренів нелінійних алгебраїчних та трансцендентних рівнянь і систем рівнянь, відновлення і наближення функцій, чисельне диференціювання та інтегрування функцій, знаходження значення і точки мінімуму функції однієї і багатьох змінних, розв'язання задач Коші і крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь і їх систем та диференціальних рівнянь з частинними похідними;

розвиток уміння і навичок розв'язувати практичні задачі чисельними методами з використанням ПК.

Програма курсу має на меті забезпечити студентів необхідним базовим математичним апаратом для ґрунтовного вивчення наступних планових курсів: математичне програмування; математичні методи прийняття рішень; математичне моделювання в економіці; математичні моделі і методи оптимального управління.

Підсумкова перевірка рівня засвоєння студентами матеріалу курсу, передбаченого програмою, здійснюється у вигляді іспиту.

МАУП

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН
дисципліни
“ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ”

№ пор.	Назва змістового модуля та теми
1 2	Змістовий модуль I. Елементи теорії обчислень Наближені величини та дії над ними Задачі і алгоритми обчислювальної математики
3 4 5	Змістовий модуль II. Методи розв'язання задач лінійної алгебри Методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь Методи обчислення визначника матриці та оберненої матриці Методи обчислення власних чисел і власних значень матриці
6 7	Змістовий модуль III. Методи розв'язання нелінійних алгебраїчних і трансцендентних рівнянь та систем рівнянь Методи розв'язання нелінійних алгебраїчних і трансцендентних рівнянь з однією змінною Методи розв'язання систем нелінійних алгебраїчних і трансцендентних рівнянь
8 9 10	Змістовий модуль IV. Методи інтерполяції і апроксимації функцій, чисельного диференціювання та інтегрування функцій Методи інтерполяції і апроксимації функцій Чисельне диференціювання функцій Чисельне інтегрування функцій
11 12 13 14	Змістовий модуль V. Методи мінімізації функцій Методи мінімізації унімодальних і багатоекстремальних функцій однієї змінної Методи безумовної мінімізації випуклих функцій багатьох змінних Методи мінімізації випуклих функцій багатьох змінних при обмеженнях на змінні Методи глобальної мінімізації багатоекстремальних функцій багатьох змінних
15 16 17	Змістовий модуль VI. Методи розв'язання задач Коші та крайових задач для диференціальних рівнянь Методи розв'язання задач Коші для звичайних диференціальних рівнянь та їх систем Методи розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь Методи розв'язання крайових задач для рівнянь з частинними похідними
Разом годин: 216	

ЗМІСТ
дисципліни
“ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ”

Змістовий модуль I. Елементи теорії обчислень

Тема 1. Наближені величини та дії над ними.

Наближені числа, їх абсолютні і відносні похибки. Правила наближених обчислень і оцінка похибок при обчисленнях: додавання і віднімання наближених чисел; множення і ділення наближених чисел. Похибки обчислень значень функції.

Література [1; 3–8; 10–12]

Тема 2. Задачі і алгоритми обчислювальної математики

Задачі обчислювальної математики та числові алгоритми. Повна похибка обчислення розв'язку задачі: за рахунок неточності вхідних даних (неусувна), методу, заокруглювання. Оцінки складності алгоритмів та комп'ютерного часу обчислення розв'язку задачі. Забезпечення розв'язання задач із заданими значеннями характеристик якості за точністю і швидкодією.

Література [1; 3–8; 10–12; 22]

Змістовий модуль II. Методи розв'язання задач лінійної алгебри

Тема 3. Методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь

Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) методом Гаусса і методом Гаусса з вибиранням головного елемента. Метод квадратних коренів розв'язання СЛАР. Метод простих ітерацій і метод Зейделя та їх модифікації для розв'язання СЛАР.

Література [1; 3–8; 10–12]

Тема 4. Методи обчислення визначника матриці та оберненої матриці

Задача знаходження оберненої матриці. Метод Гауса для обчислення оберненої матриці і визначника матриці.

Література [1; 3–8; 10–12]

Тема 5. Методи обчислення власних чисел і власних значень матриці

Проблема власних чисел і власних значень. Степеневий метод і метод обернених ітерацій розв'язання проблеми власних значень.

Література [1; 3–8; 10–12]

Змістовий модуль III. Методи розв'язання нелінійних алгебраїчних і трансцендентних рівнянь та систем рівнянь

Тема 6. Методи розв'язання нелінійних рівнянь з однією змінною

Методи обчислення коренів нелінійних рівнянь з заданою точністю (n -коренів): метод поділу навпіл (бісекцій, або дихотомії), метод простих ітерацій, метод Ньютона (дотичних), метод січних (хорд), метод хорд та дотичних (комбінований метод).

Література [1; 3–8; 10–12]

Тема 7. Методи розв'язання систем нелінійних рівнянь

Методи обчислення коренів системи нелінійних рівнянь із заданою точністю по нев'язці (n -коренів): метод простих ітерацій, метод Ньютона та їх модифікації.

Література [1; 3–8; 10–12]

Змістовий модуль IV. Методи інтерполяції і апроксимації функцій, чисельного диференціювання та інтегрування функцій

Тема 8. Методи інтерполяції і апроксимації функцій

Наближення функцій, заданих своїми значеннями в точках: інтерполяційний многочлен Лагранжа, інтерполяційний многочлен Ньютона.

Наближення функцій, заданих своїми значеннями в точках, сплайнами: лінійні сплайни, квадратичні сплайни, кубічні сплайни.

Апроксимація функцій методом найменших квадратів.

Наближення функцій, заданих своїми значеннями в точках, розкладом їх в ряд Фур'є. Швидке дискретне перетворення Фур'є.

Література [1; 3–7; 9–12]

Тема 9. Чисельне диференціювання функцій

Метод чисельного диференціювання функцій з використанням інтерполяційного многочлена Ньютона.

Література [1; 3–7; 10–12]

Тема 10. Чисельне інтегрування функцій

Методи обчислення означених інтегралів із заданою точністю з використанням формул: прямокутників, трапецій, Сімпсона (парабол).

Квадратурні формули інтерполяційного типу, формули Ньютона – Котеса.

Література [1; 3–8; 10–12]

Змістовий модуль V. Методи мінімізації функцій

Тема 11. Методи і алгоритми мінімізації унімодальних і багатоекстремальних функцій однієї змінної

Алгоритм золотого перетину знаходження точки мінімуму унімодальної функції. Алгоритми перебору на рівномірній і нерівномірній сітках для обчислення глобального мінімуму функції, яка задовольняє умову Ліпшиця.

Література [1; 2; 10; 15; 22]

Тема 12. Методи безумовної мінімізації випуклих функцій багатьох змінних

Методи і алгоритми мінімізації випуклої функції багатьох змінних: алгоритми градієнтного спуску, покоординатного спуску та по випадковому напрямку.

Література [1; 2; 10; 15; 22]

Тема 13. Методи мінімізації функцій багатьох змінних при обмеженнях на змінні

Методи і алгоритми послідовної безумовної мінімізації з використанням штрафних функцій і функцій нев'язок.

Література [1; 2; 10; 15; 22]

Тема 14. Методи глобальної мінімізації багатоекстремальних функцій багатьох змінних

Методи і алгоритми перебору на рівномірних і нерівномірних сітках, випадкового пошуку і локального спуску.

Література [1; 2; 10; 15; 22]

Змістовий модуль VI. Методи розв'язання задачі Коші та крайових задач для диференціальних рівнянь

Тема 15. Методи розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь та їх систем

Однокрокові методи розв'язання задачі Коші: метод Ейлера і його модифікації, методи Рунге-Кутта. Багатокрокові методи – методи Адамса.

Література [1; 3–8; 10–12]

Тема 16. Методи розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь

Методи розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь: метод стрільби (балістичний), метод колокації, метод Гальоркіна, метод найменших квадратів, метод скінченних різниць.

Література [1; 3–8; 10–12]

Тема 17. Методи розв'язання крайових задач для рівнянь з частинними похідними

Метод прямих та метод сіток розв'язання крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними.

Література [1; 3–8; 10–12]

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Що таке наближене і точне значення числа?
2. Що називається абсолютною та відносною похибкою числа?
3. Які значущі цифри у наближеного числа вірні?
4. Чому дорівнює величина оцінки абсолютної і відносної похибки при додаванні та відніманні наближених чисел?
5. Чому дорівнює величина оцінки абсолютної і відносної похибки при множенні і діленні наближених чисел?

6. Яке правило застосовують для оцінки абсолютної і відносної похибки обчислення значення функції в точці ?
7. Які складові повної похибки обчислення розв'язку задачі на комп'ютері?
8. Які фактори породжують складові повної похибки: за рахунок неточності вхідних даних (неусувної), методу (алгоритму), заокруглювання?
9. В чому суть оцінок складності алгоритмів та комп'ютерного часу обчислення розв'язку задачі?
10. Як з використанням повної похибки забезпечується розв'язання задачі із заданою точністю?
11. Які методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) називаються прямими?
12. Сформулюйте основну ідею методу Гауса розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР).
13. Чому необхідно використовувати метод Гаусса з вибором головного елемента ?
14. Для яких СЛАР застосовується метод прогонки і в чому його суть ?
15. Сформулюйте ідею методу квадратних коренів для розв'язання СЛАР.
16. Які методи розв'язання СЛАР називаються ітераційними?
17. Яку ітераційну схему має метод простих ітерацій і модифікований метод простих ітерацій розв'язування СЛАР?
18. При виконанні якої умови забезпечується збіжність модифікованого методу простих ітерацій?
19. Яку ітераційну схему має метод Зейделя?
20. Яка відмінність між методом простих ітерацій і методом Зейделя розв'язування СЛАР ?
21. Що називається числом обумовленості матриці?
22. Які задачі розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) називаються погано обумовленими, некоректними?
23. Якими методами забезпечується розв'язання погано обумовлених, некоректних СЛАР ?
24. Як використовується метод Гаусса для обчислення визначника матриці?
25. Як використовується метод Гаусса для обчислення оберненої матриці?
26. Суть проблеми власних чисел і власних значень матриці ?

27. Суть методу обчислення власних чисел матриці.
28. Як обчислюються власні значення матриці?
29. Якими методами забезпечується локалізація коренів нелінійних рівнянь на заданому відрізьку ?
30. Яку умову задовольняє -корінь рівняння (розв'язок рівняння із заданою точністю) ?
31. Записати алгоритм обчислення коренів нелінійних рівнянь з заданою точністю (-коренів) методом поділу навпіл (бісекцій, або дихотомії).
32. Ідея методу простих ітерацій і умова його збіжності для обчислення -коренів нелінійних рівнянь ?
33. Записати алгоритм обчислення коренів нелінійних рівнянь із заданою точністю (-коренів) методом простих ітерацій.
34. Записати алгоритм обчислення коренів нелінійних рівнянь із заданою точністю (-коренів) методом Ньютона (дотичних).
35. Записати алгоритм методу січних (хорд) обчислення коренів нелінійних рівнянь із заданою точністю (-коренів).
36. Ідея методу простих ітерацій і умова його збіжності для обчислення -коренів системи нелінійних рівнянь ?
37. Записати алгоритм модифікованого методу простих ітерацій обчислення коренів системи нелінійних рівнянь із заданою точністю по нев'язці (-коренів).
38. В чому полягає ідея методу Ньютона обчислення коренів системи нелінійних рівнянь із заданою точністю по нев'язці (-коренів).
39. При виконанні якої умови забезпечується збіжність методу Ньютона?
40. В чому суть постановки задачі інтерполяції для функцій однієї змінної, заданих своїми значеннями в точках?
41. Записати інтерполяційний многочлен Лагранжа для функцій однієї змінної.
42. Що таке розділені різниці, і як вони обчислюються ?
43. Записати інтерполяційний многочлен Ньютона.
44. Яка основна ідея методу інтерполяції сплайнами ?
45. Як здійснюється наближення функцій однієї змінної поліноміальним інтерполяційним сплайном ?
46. Як здійснюється наближення функцій лінійним інтерполяційним сплайном ?

47. Як здійснюється наближення функцій квадратичним або кубічним інтерполяційним сплайном ?
48. Які системи лінійних алгебраїчних рівнянь мають місце при знаходженні квадратичного та кубічного інтерполяційного сплайнів?
49. Сформулюйте постановку задачі середньоквадратичного наближення функцій однієї змінної, заданих своїми значеннями в точках.
50. Суть постановки задачі середньоквадратичного наближення функцій багатьох змінних?
51. У чому полягає метод найменших квадратів для середньоквадратичного наближення функцій однієї та багатьох змінних?
52. Ідея методу наближення функцій, заданих своїми значеннями в точках, розкладом їх в ряд Фур'є.
53. По яким системам функцій здійснюється розклад функції, що апроксимується, в ряд Фур'є?
54. Сформулюйте основну ідею швидкого дискретного перетворення Фур'є.
55. В чому полягає метод чисельного диференціювання функцій з використанням інтерполяційного многочлена Ньютона?
56. В чому полягає загальна схема обчислення означених інтегралів?
57. Як забезпечується обчислення означених інтегралів із заданою точністю?
58. Записати алгоритм обчислення означених інтегралів із заданою точністю з використанням формули прямокутників.
59. Записати алгоритм обчислення означених інтегралів із заданою точністю з використанням формули трапецій.
60. Записати алгоритм обчислення означених інтегралів із заданою точністю з використанням формули Сімпсона (парабол).
61. Яка загальна схема методу знаходження точки і значення мінімуму унімодальної функції однієї змінної?
62. Як забезпечується знаходження кореня (або коренів) нелінійних рівнянь зведенням до знаходження точки (або точок) глобального мінімуму функцій однієї змінної?
63. Записати алгоритм золотого перетину знаходження точки мінімуму унімодальної функції однієї змінної.
64. Записати алгоритм перебору на рівномірній сітці для обчислення із заданою точністю значення глобального мінімуму багато-

екстремальної функції однієї змінної, яка задовольняє умову Ліпшиця.

65. Записати алгоритм перебору на нерівномірній сітці для обчислення із заданою точністю значення глобального мінімуму багатоекстремальної функції однієї змінної, яка задовольняє умову Ліпшиця.
66. Як забезпечується розв'язання системи нелінійних рівнянь зведенням до знаходження точки (або точок) глобального мінімуму функції багатьох змінних?
67. Яка загальна схема ітераційного методу спуску для знаходження точки і значення локального мінімуму функції багатьох змінних?
68. Які критерії зупинки використовуються в ітераційних методах спуску для знаходження локального мінімуму функції із заданою точністю?
69. Записати алгоритм мінімізації випуклої функції багатьох змінних з використанням методу градієнтного спуску.
70. Записати алгоритм мінімізації випуклої функції багатьох змінних з використанням методу покоординатного спуску.
71. Записати алгоритм мінімізації випуклої функції багатьох змінних з використанням випадкового напрямку спуску.
72. Яка основна ідея методу штрафних функцій для умовної мінімізації випуклої функції багатьох змінних?
73. В чому суть методу послідовної безумовної мінімізації з використанням функцій нев'язок?
74. Як забезпечується розв'язання вироджених систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) з використанням методу штрафних функцій (регуляризатор Тихонова)?
75. В чому полягає ідея алгоритму перебору на рівномірній сітці для обчислення глобального мінімуму багатоекстремальної функції багатьох змінних, що задовольняє умову Ліпшиця?
76. В чому суть методу випадкового пошуку і локального спуску для обчислення глобального мінімуму функції?
77. В чому полягає задача Коші для звичайних диференціальних рівнянь та їх систем?
78. Яка ідея методу Ейлера для розв'язання звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР)?
79. Які відомі модифікації метода Ейлера для розв'язання ЗДР?

80. На якій ідеї оснований метод Рунге-Кутта для розв'язування звичайних диференціальних рівнянь?
81. Які умови задовольняє крайова задача для звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР)?
82. Яка ідея методу стрільби (балістичний) розв'язання крайових задач для ЗДР?
83. Яка ідея методу коллокації розв'язання крайових задач для ЗДР?
84. В чому суть методу Гальоркіна розв'язання крайових задач для ЗДР?
85. Ідея методу найменших квадратів розв'язання крайових задач для ЗДР?
86. В чому суть методу сіток розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь?
87. Які рівняння називаються диференціальними рівняннями з частинними похідними?
88. Які є типи диференціальних рівнянь з частинними похідними?
89. Ідея методу прямих і до розв'язання яких типів диференціальних рівнянь з частинними похідними він застосовується?
90. В чому полягає ідея методу сіток розв'язання крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними (еліптичного, гіперболічного, параболічного типів)?

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Основна

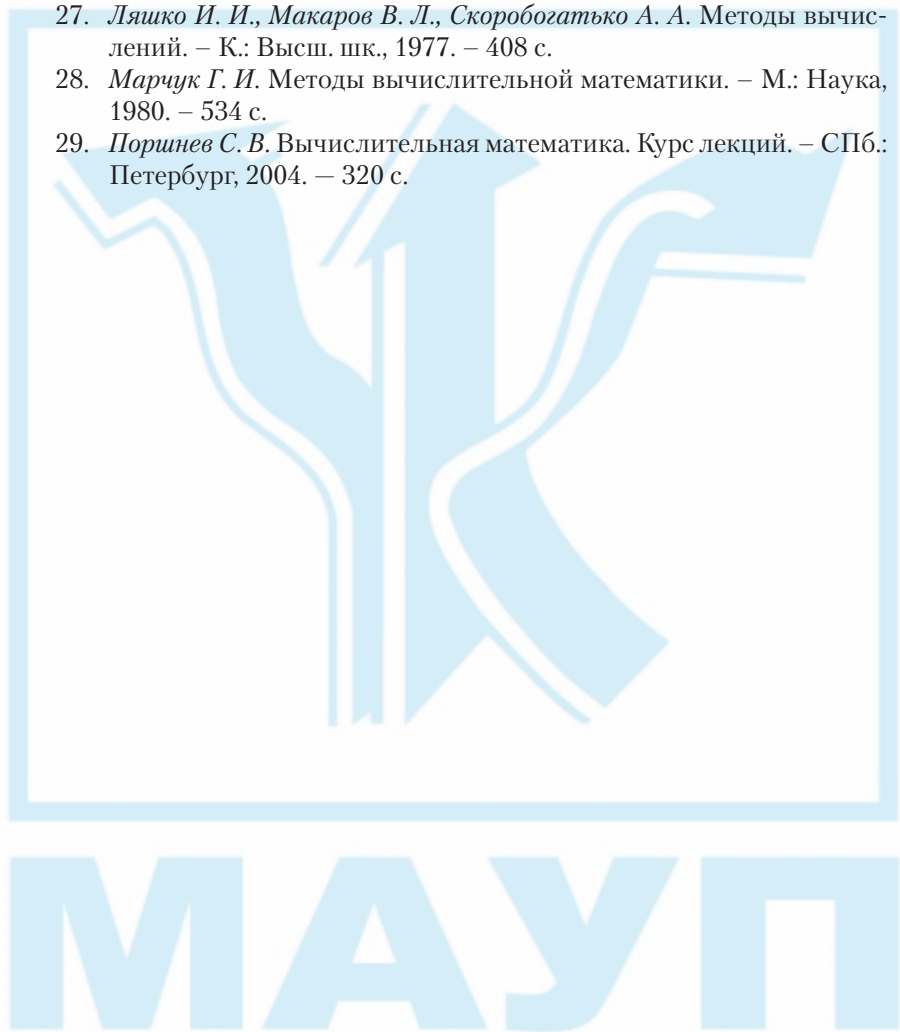
1. *Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М.* Численные методы. – М.: Наука, 1987. – 598 с.
2. *Бейко И. В., Бублик Б. Н., Зинько П. Н.* Методы и алгоритмы решения задач оптимизации. – К.: Вища шк., 1983. – 512 с.
3. *Гаврилюк І. П., Макаров В. Л.* Методи обчислень. К.: Вища шк., 2000.
4. *Данилович В., Кутнів М.* Чисельні методи. – Л.: Кальварія, 1998. – 222 с.
5. *Данилович В.* Чисельні методи в задачах і вправах: Навч. посібн. – Київ: ІСДО, 1995. – 248 с.
6. *Калиткин Н. Н.* Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
7. *Коссак О., Тумашова О., Коссак О.* Методи наближених обчислень: Навч. посібн. – Л.: БаК, 2003. – 168 с.

8. *Москальков М. М., Риженко А. И., Войцеховський С. О. та ін.* Практикум з методів обчислень: Метод. вказівки та навч. завдання до практ. і лаб. робіт із чисельного розв'язання рівнянь і систем. – К.: МАУП, 2006. – 80 с.
9. *Москальков М. М., Риженко А. И., Войцеховський С. О. та ін.* Практикум з методів обчислень: Метод. вказівки та навч. завдання до практ. і лаб. робіт з наближення функцій. – К.: МАУП, 2007. – 98 с.
10. *Мэтьюз Д. Г., Финк К. Д.* Численные методы. Использование MATLAB. – М.: СПб.; К.: Изд-ий дом «Вильямс», 2001. – 720 с.
11. *Самарський А. А., Гулин А. В.* Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
12. *Фельдман Л. П., Петренко А. И., Дмитрієва О. А.* Чисельні методи в інформатиці. – К.: Видавнича група ВНУ, 2006. – 480 с.

Додаткова

13. *Бахвалов Н. С., Лапин А. В., Чижонков Е. В.* Численные методы в задачах и упражнениях: Учеб. пособие. – М.: Высш. шк., 2000. – 190 с.
14. *Березин Н. С., Жидков Н. П.* Методы вычислений. – В 2-х томах – М.: Наука, 1960.
15. *Васильев Ф. П.* Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1988. – 552 с.
16. *Вержбицкий В. М.* Основы численных методов: Учебник для вузов. – М.: Высш. шк., 2002. – 840 с.
17. *Волков Е. А.* Численные методы. – М.: Наука, 1982.
18. *Данилина Н. И., Дубровская Н. С., Кваша О. П.* Численные методы. – М.: Высш. шк., 1976. – 386 с.
19. *Демидович Б. П., Марон И. А.* Основы вычислительной математики. – М.: Наука, 1970. – 664 с.
20. *Дьяконов В. П.* Mathematica 4: учебный курс. – СПб.; М.: Питер, 2001. – 656 с.
21. *Зеленський К. Х., Ігнатенко В. М., Коц О. П.* Комп'ютерні методи прикладної математики. – К.: Академперіодика, 2002. – 480 с.
22. *Иванов В. В.* Методы вычислений на ЭВМ: Справочное пособие. – К.: Наук. думка, 1986. – 584 с.
23. *Каханер Д., Моулер К., Нэш С.* Численные методы и математическое обеспечение. – М.: Мир, 1998, – 575 с.
24. *Копченкова Н. В., Марон И. А.* Вычислительная математика в примерах и задачах. – М.: Наука, 1972. – 367 с.

25. *Крылов В. И., Бобков В. А., Монастырский А. И.* Вычислительные методы. — М.: Наука. — Т. 1. — 1976. — 302 с. — Т. 2 — 1977. — 399 с.
26. *Литвин О. М.* Методи обчислень. Додаткові розділи: Навч. посіб. — К.: Наук. думка, 2005. — 344 с.
27. *Ляшко И. И., Макаров В. Л., Скоробогатко А. А.* Методы вычислений. — К.: Высш. шк., 1977. — 408 с.
28. *Марчук Г. И.* Методы вычислительной математики. — М.: Наука, 1980. — 534 с.
29. *Поршнев С. В.* Вычислительная математика. Курс лекций. — СПб.: Петербург, 2004. — 320 с.



ЗМІСТ

Пояснювальна записка.....	3
Тематичний план дисципліни “Числені методи”	4
Зміст дисципліни “Чисельні методи”	5
Питання для самоконтролю	8
Список літератури.....	13

Відповідальний за випуск
Редактор
Комп’ютерне верстання *А. П. Неципорок*

Зам. № ВКЦ-5065

Формат 60×84/16. Папір офсетний.
Друк ротатійний трафаретний. Наклад 50 пр.
Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП
ДП «Видавничий дім «Персонал»
03039 Київ-39, просп. Червонозоряний, 119, літ. XX
*Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
суб’єктів видавничої справи ДК № 3262 від 26.08.2008*