

## **ЗМІСТ**

МІЖРЕГІОНАЛЬНА  
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП

Пояснювальна записка .....	3
Тематичний план дисципліни “Лінійна алгебра та аналітична геометрія” .....	3
Зміст дисципліни “Лінійна алгебра та аналітична геометрія” .....	5
Завдання для контрольних робіт .....	11
Питання для самоконтролю .....	11
Список літератури .....	14

Відповідальний за випуск *Ю. В. Неижуренко*  
Редактор *Т. М. Тележенко*  
Комп'ютерне верстання *М. М. Соколовська, О. М. Бабаєва*

**НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА**  
**дисципліни**  
**“ЛІНІЙНА АЛГЕБРА**  
**ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ”**  
**(для бакалаврів)**

Зам. № ВКЦ-2671

Формат 60×84/16. Папір офсетний.  
Друк ротативний трафаретний.

Наклад 30 пр.

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)  
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП

ДП «Видавничий дім «Персонал»

03039 Київ-39, просп. Червонозоряний, 119, літ. ХХ

*Свідоцтво про внесення до Державного реєстру  
суб'єктів видавничої справи ДК № 3262 від 26.08.2008*

Надруковано в друкарні ДП «Видавничий дім «Персонал»

Київ  
ДП «Видавничий дім «Персонал»  
2012

Підготовлено доцентом кафедри інформатики та інформаційних технологій *А. Б. Телейком*

Затверджено на засіданні кафедри інформатики та інформаційних технологій (протокол № 21 від 03.02.06)

Перезатверджено на засіданні кафедри прикладної математики та інформаційних технологій (протокол № 34 від 13.07.11)

*Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом*

**Телейко А. Б.** Навчальна програма дисципліни “Лінійна алгебра та аналітична геометрія” (для бакалаврів) — К.: ДП «Вид. дім «Персонал», 2012. — 16 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, тематичний план, зміст дисципліни “Лінійна алгебра та аналітична геометрія”, завдання для контрольних робіт, питання для самоконтролю, а також список літератури.

© Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП), 2012  
© ДП «Видавничий дім «Персонал», 2012

4. *Дискант В. І., Береза Л. Р. та ін.* Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії. — К., 2001.
5. *Проскураков И. В.* Сборник задач по линейной алгебре. — М.: Гостехиздат, 1957.
6. *Цубербиллер О. Н.* Задачи и упражнения по аналитической геометрии. — М.: Наука, 1970.
7. *Шестаков С. В.* Практикум з курсу лінійної алгебри та аналітичної геометрії. — К.: МАУП, 2003.

*Додаткова*

8. *Александров А. Д., Нецветаев Н. Ю.* Геометрия. — М.: Наука, 1990.
9. *Беклемишев Д. В.* Курс аналитической геометрии и высшей алгебры. — М.: Наука, 1984.
10. *Беклемишева Л. А., Петрович А. Ю., Чубаров И. А.* Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. — М.: Наука, 1987.
11. *Гельфанд И. М.* Лекции по линейной алгебре. — М.; Л.: Гостехиздат, 1951.
12. *Завало С. Т., Костарчук В. М., Хацет Б. І.* Алгебра і теорія чисел. — К.: Вища шк., 1980.
13. *Завало С. Т.* Алгебра і теорія чисел: практикум. — К.: Вища шк., 1983.
14. *Клетеник Д. В.* Сборник задач по аналитической геометрии. — М.: Наука, 1970.
15. *Кострикин А. И.* Введение в алгебру. Основы алгебры. — М.: Наука, 1994.
16. *Кострикин А. И., Манин Ю. И.* Линейная алгебра и геометрия. — М.: Наука, 1986.
17. *Мальцев А. Н.* Основы линейной алгебры. — М.: Наука, 1975.
18. *Милованов М. В., Тышкевич Р. И., Федченко А. С.* Алгебра и аналитическая геометрия. — Ч. 1, 2.
19. *Сборник задач по алгебре / Под ред. А. И. Кострикина.* — М.: Наука, 1987.
20. *Шилов Г. Е.* Введение в теорию линейных пространств. — М.; Л.: Гостехиздат, 1956.
21. *Шрейер О, Шпернер Е.* Введение в линейную алгебру в геометрическом изложении. — М.: ОНТИ, 1934.

71. Сформулюйте поняття інваріантного підпростору лінійного оператора. Наведіть приклади нетривіальних інваріантних підпросторів.
72. Що таке власне значення лінійного оператора? Для чого вводять це поняття?
73. Опишіть процедуру зведення до жорданової форми матриці.
74. Опишіть поняття спряженого простору та наведіть його властивості.
75. Опишіть властивості афінних перетворень.
76. Наведіть класифікацію рухів афінного евклідового простору.
77. Сформулюйте поняття скалярного добутку в лінійному просторі. Для чого вводять це поняття?
78. Опишіть процедуру ортогоналізації базису простору.
79. Опишіть властивості евклідового простору.
80. Наведіть приклади використання нерівності Коші–Буняковського.
81. Які Ви знаєте властивості лінійних операторів в унітарних просторах.
82. Який вигляд має нормальна форма лінійного оператора в евклідовому просторі?
83. Сформулюйте поняття симетричної білінійної форми.
84. Сформулюйте поняття квадратичної форми.
85. Як обчислити дискримінант квадратичної форми?
86. Опишіть властивості матриць білінійної форми.
87. Опишіть властивості матриць квадратичної форми.
88. Опишіть процедуру зведення квадратичної форм до канонічного вигляду.
89. Сформулюйте закон інерції для дійсних квадратичних форм.
90. Сформулюйте критерій Сильвестра. Наведіть приклади його використання.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

### Основна

1. *Александров П. С.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. — М.: Наука, 1979.
2. *Курош А. Г.* Курс высшей алгебры. — М.: Наука, 1965.
3. *Моденов П. С.* Аналитическая геометрия. — М.: Изд-во МГУ, 1969.

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Курс лінійної алгебри та аналітичної геометрії складається з двох взаємозв'язаних частин. У першій частині аналітичної геометрії, вивчаються об'єкти та відображення лінійної природи у дво- і тривимірному просторах, а саме — афінні підпростори та афінні перетворення. Мета вивчення другої частини, лінійної алгебри, ознайомитися з математичним апаратом, необхідним для побудови лінійних і білінійних моделей у різних галузях прикладної науки (зокрема, в економіці, соціології, біології, фізиці тощо). При цьому засвоєні у частині аналітичної геометрії поняття та методи дають змістовну ілюстрацію до загальних схем лінійної алгебри.

Поряд з цим методи лінійної алгебри інтенсивно використовуються майже в усіх фундаментальних і прикладних розділах математики, зокрема при дослідженні об'єктів, які апроксимуються лінійними моделями.

У пропонованому курсі вивчаються системи лінійних рівнянь, арифметика комплексних чисел, елементи векторної алгебри, лінійні простори, властивості прямої на площині та прямої і площини у просторі, афінна класифікація ліній і поверхонь 2-го порядку, властивості ліній і поверхонь 2-го порядку, матриці та їх властивості, лінійні оператори, лінійні простори зі скалярним добутком, білінійні та квадратичні форми.

Курс лінійної алгебри та аналітичної геометрії є початковим. Для його розуміння необхідні лише навички і знання на рівні середньої школи.

На основі цього курсу базуються такі дисципліни: математичний аналіз, диференціальні рівняння, диференціальні рівняння в частинних похідних, економетрія, математичні методи дослідження операцій, математичні методи прийняття рішень, чисельні методи в інформатиці, моделювання економічних систем, фізика, інженерна та комп'ютерна графіка, символічні обчислення та комп'ютерна алгебра, додаткові глави аналізу, основи теорії функцій і функціонального аналізу.

Завдання курсу лінійної алгебри та аналітичної геометрії — ознайомити студентів з методами дослідження об'єктів лінійної природи, із засобами аналізу нелінійних об'єктів за допомогою перетворень лінійної природи, а також з аналітичним підходом до дослідження об'єктів дво- і тривимірних просторів.

Програмою передбачені два іспити, атестації та планові контрольні роботи.

**ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН**  
*дисципліни*  
**“ЛІНІЙНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ”**

№ пор.	Назва змістового модуля і теми
	<b>Змістовий модуль I. Вступ до алгебри</b>
1	Системи лінійних рівнянь
2	Комплексні числа та їх властивості
	<b>Змістовий модуль II. Векторна алгебра</b>
3	Елементи геометрії тривимірного простору та векторної алгебри
	<b>Змістовий модуль III. Елементи аналітичної геометрії</b>
4	Афінні об'єкти у тривимірному просторі
5	Афінні перетворення у тривимірному просторі
6	Властивості ліній і поверхонь 2-го порядку
	<b>Змістовий модуль IV. Многочлени та їх властивості</b>
7	Многочлени та їх властивості
	<b>Змістовий модуль V. Вступ до лінійної алгебри</b>
8	Поняття лінійних та афінних просторів
9	Елементи теорії матриць
10	Лінійні оператори
	<b>Змістовий модуль VI. Лінійні та білінійні функціонали лінійних просторів</b>
11	Евклідові та унітарні простори
12	Білінійні форми
Разом годин: 162	

47. Як аналітично записати процедуру переходу від однієї афінної (ортогональної) системи координат до іншої?
48. Сформулюйте властивості афінних перетворень.
49. Які властивості має матриця ортогонального перетворення?
50. Як Ви розумієте афінну еквівалентність алгебраїчних ліній (поверхонь)?
51. Наведіть класифікацію ліній (поверхонь) 2-го порядку.
52. Чи можете Ви класифікувати лінії 3-го порядку і вищих, використовуючи афінні перетворення? Обґрунтуйте свої міркування.
53. Які Ви знаєте інваріанти ліній (поверхонь) 2-го порядку? Наведіть приклади їх використання.
54. Як знайти координати центра лінії (поверхні) 2-го порядку?
55. Наведіть класифікацію поверхонь за характером центра.
56. Наведіть класифікацію ліній 2-го порядку за асимптотичними напрямками.
57. Опишіть поняття асимптотичного конусу та конусу асимптотичних напрямків даної поверхні.
58. Як знайти рівняння дотичної прямої (площини) до лінії (поверхні відповідно) 2-го порядку?
59. Сформулюйте означення еліптичної, гіперболічної та параболічної точок поверхні 2-го порядку.
60. Сформулюйте поняття головного напрямку лінії (поверхні) 2-го порядку.
61. Проілюструйте вивчені у даній темі поняття на прикладі кінічних розрізів.
62. Сформулюйте поняття лінійного оператора. Чому на відображення лінійних просторів накладається умова лінійності?
63. Покажіть, що довільні два лінійних простори однакового виміру є рівними з точністю до ізоморфізму.
64. Опишіть властивості лінійних операторів.
65. Які Ви знаєте методи запису лінійного оператора?
66. Які матриці називають подібними?
67. Опишіть відомі Вам операції над лінійними операторами.
68. Яка відмінність між оборотним та оберненим операторами?
69. Наведіть приклад необоротного лінійного оператора.
70. Сформулюйте поняття рангу та дефекту оператора. Опишіть їх властивості.

21. Сформулюйте поняття  $n$ -мірного афінного простору. Наведіть приклади нетривіальних афінних просторів.
22. Сформулюйте поняття афінної незалежності системи точок.
23. Як знайти барицентричні координати точки?
24. Нехай у три точки в просторі покладено маси  $m_1, m_2, m_3$  відповідно загальною масою  $M$ . Який фізичний зміст афінної комбінації цих точок з коефіцієнтами  $m_1/M, m_2/M, m_3/M$  відповідно?
25. Дайте означення матриці. Наведіть приклади реальних об'єктів, що допускають матричний опис.
26. Опишіть операцію множення матриць. Обґрунтуйте причини введення саме такої операції множення.
27. Чи комутативна операція множення матриць?
28. Опишіть властивості транспонування.
29. Що таке визначник? Які Ви знаєте підходи до введення поняття визначника? Обґрунтуйте еквівалентність цих підходів.
30. Які Ви знаєте методи обчислення визначників?
31. Дайте означення рангу матриці. Для чого вводять поняття рангу?
32. Як знайти обернену до даної матриці?
33. Опишіть відомі Вам методи розв'язання систем лінійних рівнянь. Обґрунтуйте їх переваги та недоліки.
34. Як знайти загальний розв'язок системи лінійних рівнянь?
35. Сформулюйте основну теорему алгебри.
36. Опишіть процедуру розкладу раціональної функції на прості дроби.
37. Запишіть загальне рівняння прямої на площині.
38. Які Ви знаєте інші форми рівняння прямої? Покажіть їх еквівалентність.
39. Сформулюйте означення напрямного та нормального векторів до прямої.
40. Наведіть приклади використання нормального рівняння прямої.
41. Як знайти кут між двома прямими на площині?
42. Запишіть загальне рівняння площини у просторі.
43. Які Ви знаєте інші форми рівняння площини? Покажіть їх еквівалентність.
44. Опишіть форми рівняння прямої у просторі.
45. Сформулюйте означення кута між двома площинами. Наведіть умови ортогональності двох площин.
46. Як знайти найкоротшу відстань між двома прямими у просторі?

**ЗМІСТ**  
**дисципліни**  
**“ЛІНІЙНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ”**

**Змістовий модуль I. Вступ до алгебри**

**Тема 1. Системи лінійних рівнянь**

Приклади систем лінійних рівнянь. Геометрична інтерпретація системи лінійних рівнянь на площині. Геометрична інтерпретація системи лінійних рівнянь у просторі. Метод виключення змінних для квадратних систем з двох і трьох рівнянь.

Загальне означення системи лінійних рівнянь. Метод Гауса послідовного виключення невідомих. Сумісність і несумісність системи лінійних рівнянь. Означеність і неозначеність системи лінійних рівнянь. Геометрична інтерпретація системи лінійних рівнянь. Економічна інтерпретація системи лінійних рівнянь.

*Література* [2; 4; 5; 7; 10–12; 17]

**Тема 2. Комплексні числа та їх властивості**

Проблеми, які приводять до поняття комплексного числа. Поняття комплексного числа. Операції над комплексними числами. Уявна одиниця. Координатна форма запису комплексного числа. Векторна інтерпретація комплексного числа. Комплексна площина як розширення дійсної прямої. Модуль комплексного числа. Спряжене число.

Аргумент комплексного числа. Тригонометрична форма запису комплексних чисел. Тригонометричний запис добутку комплексних чисел. Формула Муавра. Корінь з комплексного числа, корені з одиниці, їх властивості.

*Література* [2; 12; 15; 17]

**Змістовий модуль II. Векторна алгебра**

**Тема 3. Елементи геометрії тривимірного простору та векторної алгебри**

Означення вектора у тривимірному просторі. Геометричний зміст вектора у тривимірному просторі. Нульовий вектор. Довжина вектора. Рівність двох векторів, властивості рівності. Паралельне проектування у тривимірному просторі. Афінна система координат на площині та у просторі. Ортогональна система координат на площині та у просторі.



просторі. Проекції точки. Координати точки та вектора. Відстань між двома точками на площині та у просторі. Поділ напрямленого відрізка у даному відношенні. Полярна система координат на площині. Сферична система координат у просторі.

Сума, різниця векторів і множення на скаляр, їх властивості. Теореми про проекції векторів. Теореми про координати векторів. Сума, різниця векторів і добуток вектора на скаляр у координатах. Лінійна залежність і незалежність векторів. Колінеарність і компланарність векторів. Поняття базису, координати вектора у базисі.

Скалярний добуток векторів та його властивості. Кут між двома векторами. Орієнтація у тривимірному просторі. Векторний добуток та його властивості. Поняття визначників 2-го і 3-го порядків та їх властивості. Мішаний добуток та його властивості. Об'єм орієнтованого паралелепіпеда. Об'єм орієнтованого тетраедра. Подвійний векторний добуток та його властивості.

*Література* [1–4; 6–9; 18]

### **Змістовий модуль III. Елементи аналітичної геометрії**

#### **Тема 4. Афінні об'єкти у тривимірному просторі**

Пряма лінія на площині: поняття, напрямний вектор, кутівий коефіцієнт, рівняння прямої в термінах кутівий коефіцієнта, загальне рівняння, часткові випадки розташування прямої відносно системи координат, взаємне розташування двох прямих на площині, рівняння прямої у векторній формі, параметричне рівняння, канонічне рівняння, рівняння прямої, яка проходить через дві даних точки, рівняння у відрізках, геометричний зміст нерівності першої степені з двома невідомими, нормальне рівняння, нормаль, відстань від точки до прямої, кут між двома прямими, умови ортогональності двох прямих.

Площина та пряма у просторі: загальне рівняння площини, рівняння площини, яка проходить через дану точку компланарно двом неколінеарним векторам, компланарність вектора та площини, часткові випадки розташування площини відносно системи координат, параметричне рівняння площини, рівняння площини, яка проходить через дві точки паралельно даному вектору, рівняння площини, яка проходить через три точки в загальному розташуванні, рівняння площини у відрізках, взаємне розташування двох площин, рівняння прямої у просторі в термінах напрямного вектора, параметричне рівняння

### **ЗАВДАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ**

Контрольна робота складається з десяти варіантів завдань. Номер варіанта студент вибирає за останньою цифрою своєї залікової книжки. Цифри нуль відповідає варіант 10. Завдання беруться із збірника [7]. Кожне завдання містить 10 задач. Номер вибраного варіанта визначає, яку задачу потрібно розв'язати.

Завдання для контрольної роботи: 1.1–1.5, 2.2, 2.3, 2.5, 2.7, 2.9, 3.1, 3.36, 3.4, 3.5, 3.7–3.9, 3.11, 4.1–4.3, 4.5, 5.1, 6.1, 6.2, 7.2, 7.5, 8.2, 8.4, 9.1.

### **ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ**

1. Як Ви розумієте поняття вектора?
2. Які Ви знаєте найпростіші числові характеристики вектора?
3. Опишіть афінну та ортогональну системи координат. У чому полягає відмінність між ними?
4. Як ввести орієнтацію площини та простору? Для чого, на Вашу думку, вводять орієнтацію?
5. Як поділити вектор у даному відношенні?
6. Як обчислити відстань між двома точками?
7. Опишіть полярну та сферичну системи координат. Наведіть приклади їх використання.
8. Які Ви знаєте операції над векторами?
9. Сформулюйте означення лінійної залежності векторів.
10. Наведіть приклади використання скалярного добутку.
11. Наведіть приклади використання векторного добутку.
12. Опишіть властивості мішаного та подвійного векторного добутків, наведіть приклади їх використання.
13. Як Ви розумієте поняття геометричного місця векторів?
14. Наведіть геометричну інтерпретацію комплексних чисел.
15. Сформулюйте означення лінійного простору. Наведіть приклади лінійних просторів.
16. Сформулюйте означення базису лінійного простору. Для чого вводять поняття базису?
17. Сформулюйте означення виміру лінійного простору.
18. Наведіть приклади нескінченновимірних просторів.
19. Покажіть лінійну незалежність канонічного базису простору многочленів.
20. Сформулюйте означення лінійного підпростору простору. Наведіть приклади нетривіальних лінійних підпросторів.

Інваріантні підпростори лінійного оператора. Власні підпростори. Власні значення. Характеристичний многочлен. Характеристичні числа. Кратність власного значення. Спектр, оператори з простим спектром.

Жорданова нормальна форма матриці оператора, зведення до жорданової форми.

*Література* [1; 2; 7; 12; 20]

## **Змістовий модуль VI. Лінійні та білінійні функціонали лінійних просторів**

### **Тема 11. Евклідові та унітарні простори**

Поняття скалярного добутку. Ермітові функції. Ортогональність та ортонормальність системи векторів. Процедура ортогоналізації базису простору. Унітарні та ортогональні матриці. Унітарні та евклідові простори, їх властивості. Евклідова та унітарна метрики. Нерівність Коші–Буняковського. Підпростори унітарних та евклідових просторів, ортогональне доповнення, ортогональна проекція.

Властивості лінійних операторів у спряженому просторі. Спряжені оператори. Нормальні оператори. Унітарні оператори. Симетричні оператори.

*Література* [1; 2; 12]

### **Тема 12. Білінійні форми**

Білінійні функції. Білінійні форми, симетрична білінійна форма. Квадратична функція. Полярна білінійна функція. Квадратична форма. Дискримінант квадратичної форми.

Матриця білінійної форми. Матриця квадратичної форми. Перетворення матриць білінійної та квадратичної форми при переході до нового базису. Ранг білінійної та квадратичної форми.

Зведення квадратичних форм до канонічного вигляду. Нормальний вигляд квадратичної форми. Сигнатура квадратичної форми. Закон інерції для дійсних квадратичних форм.

Додатньовизначеність квадратичної форми. Критерій Сильвестра. Застосування квадратичних форм в аналізі безумовних екстремумів функцій багатьох змінних.

*Література* [1; 2; 12; 15]

прямої у просторі, рівняння просторової прямої, яка проходить через дві даних точки, взаємне розташування двох прямих, взаємне розташування прямої та площини, перетин двох площин, пучок площин, взаємне розташування трьох площин, геометричний зміст нерівності першої степені з трьома невідомими, нормальне рівняння площини, нормаль до площини, відстань від точки до площини, кут між двома площинами, умови ортогональності двох площин, кут між прямою та площиною, умови перпендикулярності прямої та площини, рівняння перпендикуляра до площини, яка проходить через дану точку, рівняння спільного перпендикуляра до двох неколінеарних прямих, відстань від точки до прямої у просторі, найкоротша відстань між двома прямими у просторі.

*Література* [1; 3; 7–9; 14]

### **Тема 5. Афінні перетворення у тривимірному просторі**

Перехід від однієї афінної системи координат до іншої, перехід від однієї ортогональної системи координат до іншої, матриця ортогонального перетворення, перетворення простору та орієнтація, кути Ейлера, поняття руху площини та простору, афінне перетворення площини та простору, властивості афінних перетворень, аналітичний запис афінного перетворення.

Поняття алгебраїчних ліній та поверхонь, дійсні і комплексні лінії та поверхні, порядок алгебраїчних кривих, лінії та поверхні, які розпадаються, циліндричні та конічні поверхні, поверхні обертання, поняття афінної еквівалентності, канонічні лінії та поверхні 2-го порядку.

Афінне перетворення многочлена 2-го степеня, теорема про зведення загального рівняння лінії 2-го порядку, класифікація ліній 2-го порядку, поняття інваріанта, інваріанти ліній 2-го порядку, визначення канонічного рівняння лінії 2-го порядку за допомогою інваріантів, теорема про зведення загального рівняння поверхні 2-го порядку, класифікація поверхонь 2-го порядку, інваріанти поверхонь 2-го порядку, визначення канонічного рівняння поверхні 2-го порядку за допомогою інваріантів.

Конічні перерізи. Еліпс та його властивості. Гіпербола та її властивості. Парабола та її властивості.

*Література* [1; 3; 7–9; 14]

## **Тема 6. Властивості ліній і поверхонь 2-го порядку**

Властивості ліній 2-го порядку: центр лінії, знаходження координат центра, перетин лінії з прямою, асимптотичні напрямки, класифікація ліній за асимптотичними напрямками, діаметр, рівняння діаметра, спряженого даному неасимптотичному напрямку, знаходження діаметра за канонічним рівнянням, дотична до лінії, її рівняння, рівняння лінії, віднесеної до двох її спряжених діаметрів, рівняння лінії, віднесеної до дотичної та її спряженого діаметра, головні напрямки та головні діаметри, визначення розташування лінії щодо прямокутної системи координат.

Властивості поверхонь 2-го порядку: центр поверхні, знаходження координат центра, конічні та циліндричні поверхні, перетин поверхні з прямою, асимптотичні напрямки, асимптотичний конус і конус асимптотичних напрямків, діаметральна площина, спряжена до даного неасимптотичного напрямку, особливі напрямки щодо поверхні 2-го порядку, дотична площина, перетин дотичної площини з поверхнею, еліптичні, гіперболічні та параболічні точки поверхні, головні напрямки, визначення розташування поверхні щодо прямокутної системи координат.

*Література* [1; 3; 7; 9; 14]

## **Змістовий модуль IV. Многочлени та їх властивості**

### **Тема 7. Многочлени та їх властивості**

Поняття многочлена  $n$ -ї степені. Лінійні операції над многочленами. Многочлени як нескінченновимірний лінійний простір. Канонічний базис простору многочленів. Рівність двох многочленів. Схема Горнера.

Добуток двох многочленів. Корінь многочлена. Теорема Безу. Теорема Вієта. Алгоритм Евкліда. Основна теорема алгебри.

Поняття раціональної функції. Застосування систем лінійних рівнянь для розкладу раціональної функції на прості дроби.

*Література* [2; 7; 12; 16]

## **Змістовий модуль V. Вступ до лінійної алгебри**

### **Тема 8. Поняття лінійних просторів**

Лінійні простори та їх властивості. Означення лінійного простору. Лінійна незалежність векторів. Базис лінійного простору.

Координати вектора в базисі. Вимір простору. Скінченно-вимірні простори.

Означення лінійного підпростору. Властивості підпросторів. Операції над підпросторами. Пряма сума підпросторів.

Поняття  $n$ -мірного афінного простору. Система координат афінного простору. Арифметичний афінний простір. Прямі та площини афінного простору. Паралелепіеди. Афінна незалежність системи точок, барицентричні координати. Симплекси. Симплекс як опукла оболонка.

*Література* [1; 2; 5; 7; 11; 12; 15; 20]

### **Тема 9. Елементи теорії матриць**

Поняття матриці. Лінійні операції над матрицями. Базис простору матриць. Транспонована матриця. Добуток матриці на вектор. Добуток двох матриць. Одиначна матриця. Властивості добутку. Природність поняття добутку. Ранг матриці. Властивості рангів. Матричний запис системи лінійних рівнянь. Теорема Кронекера—Капелі. Фундаментальна система розв'язків системи лінійних рівнянь. Загальний розв'язок однорідної та неоднорідної системи.

Поняття визначника матриці. Властивості визначників. Мінори. Алгебраїчні доповнення елементів матриці. Методи обчислення визначників. Правило Крамера розв'язання систем лінійних рівнянь.

Означення оберненої матриці. Методи знаходження оберненої матриці.

Симетрична матриця. Ортогональні матриці та їх властивості.

Лінійна функція. Поняття спряженого простору. Дуальний базис.

*Література* [2; 5; 7; 11; 12]

### **Тема 10. Лінійні оператори**

Поняття лінійного оператора. Найпростіші властивості лінійних операторів. Лінійне перетворення простору. Лінійний ізоморфізм. Теорема про ізоморфізм скінченновимірних просторів однакового виміру. Матриця лінійного оператора. Зв'язок між матрицями оператора в різних базах. Лінійні операції над лінійними операторами. Композиція лінійних операторів. Обернений оператор, оборотний оператор.

Властивості лінійних операторів. Ядро та образ лінійного оператора та їх властивості. Ранг, дефект та їх властивості.