

МІЖРЕГІОНАЛЬНА  
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП

**НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА**  
дисципліни  
**“МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ  
ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ”**  
(для бакалаврів)

**МАУП**

Київ  
ДП «Видавничий дім «Персонал»  
2013

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Підготовлено доктором технічних наук, професором *І. В. Бейком* і кандидатом фізико-математичних наук *А. Б. Телейком*

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики та програмування (протокол № 8 від 14.04.03)

Перезатверджено на засіданні кафедри прикладної математики та програмування (протокол № 10 від 19.06.08)

Перезатверджено на засіданні кафедри прикладної математики та інформаційних технологій (протокол № 37 від 13.07.11)

*Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом*

**Бейко І. В., Телейко А. Б.** Навчальна програма дисципліни “Математичні методи дослідження операцій” (для бакалаврів). — К.: ДП «Вид. дім «Персонал», 2013. — 12 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, тематичний план, зміст дисципліни “Математичні методи дослідження операцій”, питання для самоконтролю, а також список літератури.

Мета курсу досліджень операцій — ознайомити студентів із сучасними методами розв’язування задач прийняття оптимальних рішень в умовах неповних знань і неповних даних. Пропонований курс охоплює основні методи розв’язування математичних задач, на яких ґрунтується сучасна математична теорія дослідження операцій, зокрема методи програмування, сітьового планування, методи стохастичної оптимізації та оптимального керування за наявності неповних знань і неповних даних.

Для опанування навчального матеріалу дисципліни необхідні знання з математичного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, дискретної математики, інформатики. Навчальний матеріал орієнтований на формування умінь і навичок розв’язування практичних задач дослідження операцій з використанням математичних методів моделювання та оптимізації на ПК. Студенти здобудуть знання про сучасні методи розв’язування математичних задач дослідження операцій з використанням ПК та методи прийняття оптимальних рішень для розв’язування конфліктів й управління ієрархічно керованими системами, уміння будувати математичні моделі дослідження операцій в реальних умовах наявності неповних даних і неповних знань і розв’язувати математичні задачі оптимізації, які виникають при відшуванні науково обґрунтованих оптимальних рішень.

Знання з цієї дисципліни є необхідними для професійно-орієнтованого формування бакалавра комп’ютерних наук.

Види контролю поточних знань — індивідуальні завдання, екзамен.

Курс є важливим для подальшого вивчення таких дисциплін:

- “Моделювання економічних систем”;
- “Системи штучного інтелекту”;
- “Комп’ютерні мережі”;
- “Теорія фінансів”;
- “Розміщення продуктивних сил”;
- “Математичні методи і моделі оптимального керування”;
- “Організація інформаційної діяльності у сфері управління”.

© Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП), 2013  
© ДП «Видавничий дім «Персонал», 2013

**ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН**  
дисципліни  
**“МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ”**

№ пор.	Назва змістового модуля і теми
	<b>Змістовий модуль I. Задачі дослідження операцій</b>
1	Задачі дослідження операцій. Причинно-наслідкові залежності та алгоритми прогнозування в задачах дослідження операцій
2	Оптимальні математичні моделі для прогнозування в умовах неповних даних
3	Моделі лінійного програмування в задачах дослідження операцій
4	Моделі, задачі і методи нелінійного програмування
5	Задачі випуклого програмування. Методи випуклої оптимізації
	<b>Змістовий модуль II. Методи дослідження операцій</b>
6	Моделі і методи стохастичного програмування
7	Моделі і методи оптимального керування в задачах дослідження операцій
8	Ігрові моделі та ігрові задачі дослідження операцій
9	Задачі багатокритеріальної оптимізації і теорія статистичних рішень
Разом годин: 216	

**ЗМІСТ**  
дисципліни  
**“МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ”**

**Змістовий модуль I. Задачі дослідження операцій**

**Тема 1. Задачі дослідження операцій. Причинно-наслідкові залежності та алгоритми прогнозування в задачах дослідження операцій**

Приклади задач дослідження операцій та прийняття управлінських рішень. Детерміновані та стохастичні моделі і алгоритми дослідження операцій. Основні принципи побудови методів для розв'язування оптимізаційних задач дослідження операцій.

*Література [1–5; 7; 12; 17; 24]*

**Тема 2. Оптимальні математичні моделі для прогнозування в умовах неповних даних**

Математичні моделі і методи прогнозування в умовах неповних даних. Основні типи неповних даних. Проблема багатокритеріальності. Проблема керування конфліктно-керованими процесами.

*Література [2; 3; 7; 16; 19–21; 24]*

**Тема 3. Моделі лінійного програмування в задачах дослідження операцій**

Моделі лінійного програмування. Задачі дослідження операцій, що зводяться до моделей лінійного програмування. Двоїсті задачі. Потoki в мережах.

*Література [3; 7–10; 26]*

**Тема 4. Моделі, задачі і методи нелінійного програмування**

Загальна задача нелінійного програмування, її геометрична та економічна інтерпретація. Градієнтні методи. Методи штрафних функцій. Методи допустимих напрямів. Методи локальних варіацій. Методи стохастичного пошуку. Методи нелінійної оптимізації з обмеженнями. Методи лінеаризації. Методи Ньютона. Методи Лагранжа. Методи умовного градієнта. Методи проекції градієнта.

*Література [3; 7; 8; 20–23]*

### **Тема 5. Задачі випуклого програмування. Методи випуклої оптимізації**

Властивості задач випуклої оптимізації. Задача прийняття рішення у конфліктних ситуаціях. Задачі планування виробництва і запасів. Методи узагальнених градієнтів. Методи мінімаксної оптимізації. Методи відсікаючих гіперплощин. Методи градієнтного типу із розтягуванням простору.

*Література* [3; 7; 8; 24]

### **Змістовий модуль II. Методи дослідження операцій**

#### **Тема 6. Моделі і методи стохастичного програмування**

Задачі дослідження операцій в умовах ризику та неповних даних. Узагальнена постановка задачі стохастичної оптимізації. Методи стохастичних градієнтів. Методи проектування стохастичних квазіградієнтів. Задача планування запасів. Задача оптимізації системи обслуговування. Методи випадкового пошуку та локального випадкового пошуку. Стохастичні аналоги методів нелінійного програмування (стохастичний метод штрафів; стохастичний квазіградієнтний метод).

*Література* [3; 7; 13]

#### **Тема 7. Моделі і методи оптимального керування в задачах дослідження операцій**

Задачі оптимізації у функціональних просторах. Лінійна задача оптимального керування. Градієнтні методи побудови оптимальних програмних керувань. Принцип максимуму Понтрягіна. Багатокрокові процеси і метод динамічного програмування. Задача оптимального розподілення ресурсу. Загальні задачі оптимального керування. Задачі синтезу.

*Література* [2; 3; 7; 8; 23–25]

#### **Тема 8. Ігрові моделі та ігрові задачі дослідження операцій**

Матричні ігри. Основана теорема матричних ігор. Методи розв'язування матричних ігор. Приклади практичних ігрових задач. Нескінченно мірні ігри. Теорема Неймана. Диференціальні ігри. Методи побудови оптимальних стратегій для лінійних диференціальних ігор.

*Література* [3; 6; 7; 11–18]

### **Тема 9. Задачі багатокритеріальної оптимізації і теорія статистичних рішень**

Методи багатокритеріальної оптимізації. Алгоритми і програми для задач відшукування сідлових точок. Методи оптимізації ієрархічно-керованих систем.

*Література* [3; 7; 17]

### **ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ**

1. Навести приклад задачі оптимізації, яка виникає при вивченні невідомої системи.
2. Основні типи оптимізаційних задач дослідження операцій.
3. Накреслити блок-схему алгоритму стохастичного пошуку для розв'язування оптимізаційної задачі дослідження операцій.
4. Накреслити блок-схему алгоритму градієнтного спуску.
5. Використання апроксимацій вищого порядку для побудови прискорених методів розв'язування оптимізаційної задачі.
6. Накреслити блок-схему алгоритму Ньютона—Рафсона для розв'язання задачі ідентифікації математичної моделі за даними натурних спостережень.
7. Накреслити блок-схему алгоритму методу найменших квадратів.
8. Накреслити блок-схему алгоритму опорних градієнтів.
9. Дати визначення оптимального алгоритму на класі задач (лінійних, квадратичних, випуклих, унімодальних, ліпшицевих).
10. Дати геометричну інтерпретацію задачі лінійного програмування.
11. Дати економічну інтерпретацію задачі лінійного програмування.
12. Сформулювати задачу лінійного програмування у канонічній формі.
13. Сформулювати транспортну задачу і описати один із методів її розв'язування.
14. Сформулювати двоїсту задачу лінійного програмування.
15. Сформулювати двоїсту транспортну задачу.
16. Потоки в мережах.
17. Сформулювати задачу про найкоротший шлях і описати один із методів її розв'язування.
18. Загальна задача нелінійного програмування та її геометрична і економічна інтерпретації.

19. Описати алгоритм градієнтного методу.
20. Накреслити блок-схему алгоритму штрафних функцій.
21. Накреслити блок-схему алгоритму локальних варіацій.
22. Описати алгоритм методу стохастичного пошуку.
23. Накреслити блок-схему одного із алгоритмів нелінійної оптимізації з обмеженнями.
24. Описати алгоритм методу лінеаризації.
25. Накреслити блок-схему алгоритму Ньютона.
26. Описати алгоритм методу множників Лагранжа.
27. Накреслити блок-схему алгоритму умовного градієнта.
28. Описати алгоритм методу проекції градієнта.
29. Сформулювати основні властивості задачі випуклої оптимізації.
30. Сформулювати задачу прийняття рішень у конфліктних ситуаціях.
31. Задачі планування виробництва і запасів.
32. Методи і алгоритми узагальнених градієнтів.
33. Накреслити блок-схему алгоритму мінімаксної оптимізації.
34. Накреслити блок-схему алгоритму відсікаючих гіперплощин.
35. Накреслити блок-схему алгоритму негладких штрафних функцій.
36. Описати алгоритм двоїстого градієнтного методу.
37. Накреслити блок-схему алгоритму методу Ерроу—Гурвіца.
38. Описати алгоритм методу декомпозиції.
39. Накреслити блок-схему алгоритму методу можливих напрямків.
40. Описати алгоритм методу лінеаризації.
41. Накреслити блок-схему алгоритму методу покомпонентного спуску.
42. Описати алгоритм мінімізації квадратичної функції.
43. Описати алгоритм мінімізації випуклої функції.
44. Накреслити блок-схему алгоритму методу можливих напрямів.
45. Описати алгоритм методу градієнтного типу із розтягуванням простору.
46. Сформулювати задачу управління в умовах ризику та неповних даних.
47. Узагальнена постановка задачі стохастичної оптимізації.
48. Описати алгоритм методу стохастичних градієнтів.
49. Методи проектування стохастичних квазіградієнтів.
50. Описати стохастичний алгоритм для задачі математичної статистики.
51. Навести приклади екстремальних задач математичної статистики.
52. Описати алгоритм методу найменших квадратів.
53. Описати метод максимальної вірогідності.
54. Навести деякі із способів оцінювання середнього значення.
55. Сформулювати задачу діагностики та описати метод її розв'язання.
56. Описати метод розв'язування задачі керування випадковим процесом.
57. Описати один із методів розв'язування задачі планування запасів.
58. Сформулювати найпростішу задачу оптимізації системи обслуговування.
59. Описати постановку ігрової стохастичної задачі.
60. Накреслити блок-схему алгоритму стохастичних градієнтів з постійним кроком.
61. Описати метод локального випадкового пошуку.
62. Описати алгоритм одного із стохастичних аналогів методу нелінійного програмування.
63. Накреслити блок-схему алгоритму стохастичного методу штрафів.
64. Описати алгоритм стохастичного квазіградієнтного методу.
65. Сформулювати задачу оптимізації у функціональному просторі.
66. Сформулювати лінійну задачу оптимального керування.
67. Накреслити блок-схему алгоритму градієнтного методу побудови оптимальних програмних керувань.
68. Сформулювати необхідну умову оптимальності у вигляді принципу максимуму Понтрягіна.
69. Накреслити блок-схему алгоритму узагальнених градієнтів.
70. Описати метод проекції градієнтів.
71. Накреслити блок-схему алгоритму локальних варіацій.
72. Описати модель багатокрокового процесу та метод динамічного програмування.
73. Накреслити блок-схему алгоритму оптимального розподілення ресурсу.
74. Сформулювати загальну задачу оптимального керування.
75. Описати один із методів побудови синтезу оптимального керування.
76. Сформулювати основну теорему матричних ігор.
77. Навести приклад практичної ігрової задачі.



78. Описати математичну модель нескінченно мірної гри.
79. Сформулювати задачу диференціальної гри.
80. Описати методи побудови оптимальної стратегії для однієї з лінійних диференціальних ігор.
81. Описати задачу багатокритеріальної оптимізації.
82. Накреслити блок-схему одного із алгоритмів багатокритеріальної оптимізації.
83. Накреслити блок-схему алгоритму відшукування сідлової точки.
84. Описати одну із стратегій оптимізації ієрархічно-керованих систем.
85. Оптимальний гарантований розв'язок у грі з протилежними інтересами.
86. Оптимальний договір у грі з протилежними інтересами.
87. Оптимальний гарантований розв'язок у диференційній грі з неповними даними.
88. Оптимальний договір у диференційній грі.
89. Метод принципу максимуму для побудови екстремальних стратегій у диференційній грі.
90. Алгоритми побудови оптимального договору в лінійних диференційних іграх.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

#### Основна

1. Акоф Р. Л., Сасиени М. Основы исследования операций. — М., 1971.
2. Бейко І. В., Бейко М. Ф. Численные методы решения задач оптимального управления. — К.: Знання, 1975.
3. Бейко І. В., Бублик Б. Н., Зинько П. Н. Методы и алгоритмы решения задач оптимизации. — К.: Выща шк., 1983. — 512 с.
4. Вагнер Г. Основы исследования операций. Т. 1–3. // Сочинения. — М., 1972–1973.
5. Вентцель Е. С. Исследование операций. — М., 1
6. Воробьев Н. Н. Теория игр. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1974.
7. Ермолов Ю. М., Ляшко И. И., Михалевич В. С., Топтя В. И. Математические методы исследования операций. — К.: Выща шк., 1979. — 312 с.
8. Жук М. В., Щербина Ю. М. Збірник задач з методів оптимізації. — Львів: ЛДУ, 1997.

#### Додаткова

9. Конюховский П. В. Математические методы исследования операций в экономике. — СПб.: Питер, 2002.
10. Корбут А. А., Финкельштейн Ю. Ю. Дискретное программирование. — М.: Наука, 1970.
11. Костевич Л. С., Лапко А. А. Теория игр. Исследование операций. — Минск, 1982.
12. Кофман А., Анри-Лабордер А. Методы и модели исследования операций. — М.: Мир, 1977.
13. Кофман А., Крюон Р. Массовое обслуживание: теория и приложения. — М., 1965.
14. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. — М., 1978.
15. Крушевский Л. В. Теория игр. — К., 1975.
16. Мину М. Математическое программирование. — М.: Наука, 1990.
17. Моисеев Н. Н. Математические задачи системного анализа. — М.: Наука, 1981.
18. Орвис В. Excel для ученых, инженеров и студентов. — К.: Юниор, 1999.
19. Плис А. И., Сливина Н. А. МATHCAD: математический практикум для экономистов и инженеров. — М.: Финансы и статистика, 1999.
20. Поляк Б. Т. Введение в оптимизацию. — М.: Наука, 1983.
21. Пшеничный Б. Н., Данилин Ю. М. Численные методы в экстремальных задачах. — М.: Наука, 1975.
22. Сухарев А. Г., Тимохов А. В., Федоров В. В. Курс методов оптимизации. — М.: Наука, 1986.
23. Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование. — М.: Мир, 1967.
24. Шор Н. З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. — К.: Наук. думка, 1979.
25. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. — М.: Наука, 1969
26. Юдин Д. Б., Гольштейн Е. Г. Линейное программирование. — М.: Наука, 1969.

## **ЗМІСТ**

Пояснювальна записка.....	3
Тематичний план дисциплін	
“Математичні методи дослідження операцій” .....	4
Зміст дисципліни	
“Математичні методи дослідження операцій” .....	5
Питання для самоконтролю.....	7
Список літератури.....	10

Відповідальний за випуск *А. Д. Вегеренко*  
Редактор *І. А. Тимофієва*  
Комп'ютерне верстання *О. Л. Тищенко*

Зам. № ВКЦ-4162

Формат 60×84/16. Папір офсетний.  
Друк ротатійний трафаретний. Наклад 30 пр.

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)  
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП

ДП «Видавничий дім «Персонал»  
03039 Київ-39, пр. Червонозоряний, 119, літ. XX

*Свідоцтво про внесення до Державного реєстру  
суб'єктів видавничої справи ДК № 3262 від 26.08.2008*