

МІЖРЕГІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
дисципліни
“СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ”
(для бакалаврів)

МАУП

Київ
ДП «Видавничий дім «Персонал»
2012

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Навчальний курс “Статистичне моделювання” є одним із завершальних курсів математичної освіти за фахом “Прикладна математика”, що передбачає висвітлення засад методу статистичних випробувань (методу Монте-Карло) та побудови й аналізу найважливіших математичних моделей, що базуються на цьому методі.

Мета вивчення дисципліни — актуалізувати здобуті знання з різних предметів, зокрема з теорії ймовірностей та математичної статистики; сформулювати уявлення про можливості статистичних методів; поглибити ймовірнісну інтуїцію мислення.

Основні завдання курсу — навчання будувати статистичні моделі для аналізу складних систем, формування навичок розв’язання задач методами статистичного моделювання, до яких застосувати інші класичні методи неможливо або неефективно через наявність різномірних змінних, опанування основних алгоритмів моделювання рівномірно, нормально розподілених випадкових величин та випадкових величин з іншими законами розподілу; гауссових процесів та процесів випадкового блукання; лінійної регресії; обчислення інтегралів методом Монте-Карло; різновидів стохастичних систем та ін.

Універсальність і міждисциплінарність статистичного методу уможливають його використання для розв’язання ймовірнісних задач математичної фізики, техніки, екології, економіки та ін. Здобуті у процесі вивчення курсу знання студенти можуть використовувати при вивченні інших дисциплін, зокрема “Дослідження операцій”, “Теорія масового обслуговування”, “Чисельні методи”.

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН дисципліни “СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ”

№ пор.	Назва змістового модуля і теми
1	2
1	Змістовий модуль I. Статистичне моделювання випадкових величин та процесів Статистичні випробування як метод математичного моделювання

Підготовлено доцентом кафедри прикладної математики та програмування
В. І. Панчуком

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики та програмування
(протокол № 5 від 17.01.07)

Перезатверджено на засіданні кафедри прикладної математики та інформаційних технологій (протокол № 20 від 13.07.11)

Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом

Панчук В. І. Навчальна програма дисципліни “Статистичне моделювання” (для бакалаврів). — К.: ДП «Вид. дім «Персонал», 2012. — 11 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, тематичний план, зміст дисципліни “Статистичне моделювання”, питання для самоконтролю, а також список літератури.

- © Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП), 2012
- © ДП «Видавничий дім «Персонал», 2012

1	2
2	Генератори псевдовипадкових чисел, їх побудова за рекурентними формулами
3	Розігрування (моделювання) дискретних випадкових величин
4	Моделювання абсолютно неперервних випадкових величин
5	Моделювання випадкових процесів
Змістовий модуль II. Практичне застосування методу статистичних випробувань	
6	Обчислення інтегралів методом Монте-Карло
7	Знаходження розв'язків системи лінійних алгебраїчних та диференціальних рівнянь методами статистичного моделювання
8	Лінійна регресія
9	Моделювання стохастичних систем
Разом годин: 54	

**ЗМІСТ
дисципліни
“СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ”**

Змістовий модуль I. Статистичне моделювання випадкових величин та процесів

Тема 1. Статистичні випробування як метод математичного моделювання

Математичні моделі та способи їх використання. Сутність моделювання процесів з урахуванням дії випадкових факторів (статистичного моделювання). Закон великих чисел — основа методу статистичних випробувань. Алгоритм методу статистичних випробувань. Приклади задач на застосування методу статистичних випробувань. Основні переваги та недоліки методу.

Література [1–4; 12]

Тема 2. Генератори псевдовипадкових чисел, їх побудова за рекурентними формулами

Випадкові числа та способи їх одержання. Одержання випадкових величин на ЕОМ (таблиці випадкових чисел, генератори випадкових чисел, псевдовипадкові числа). Рекурентні формули обчислення псевдовипадкових чисел.

Література [2–4; 8–13]

Тема 3. Розігрування (моделювання) дискретних випадкових величин

Перетворення випадкових величин. Загальний метод моделювання (розігрування) дискретної випадкової величини. Розігрування випадкової події, протилежних подій, групи несумісних подій, дискретної випадкової величини, умовної події. Датчик біномного розподілу. Датчик пуассонового розподілу. Оцінка точності моделювання випадкових величин.

Література [2–13; 17; 18]

Тема 4. Моделювання абсолютно неперервних випадкових величин

Метод оберненої функції. Моделювання рівномірно розподіленої в заданому інтервалі випадкової величини. Моделювання експоненційного розподілу випадкової величини. Наближене розігрування нормально розподіленої випадкової величини. Збирання статистичних даних для одержання оцінок випадкових величин. Визначення кількості необхідних реалізацій при моделюванні випадкових величин (для оцінки ймовірності настання подій, середнього значення випадкових подій).

Література [2–13; 17; 18]

Тема 5. Моделювання випадкових процесів

Моделювання гауссового випадкового процесу за допомогою авторегресії та ковзаючого середнього. Моделювання процесу випадкового блукання.

Література [5–7; 10; 11; 16; 18–22]

Змістовий модуль II. Практичне застосування методу статистичних випробувань

Тема 6. Обчислення інтегралів методом Монте-Карло

Ймовірнісна модель знаходження наближеного значення інтеграла. Приклади. Основні переваги ймовірнісних квадратурних формул над відповідними детермінованими формулами. Знаходження багатократних інтегралів.

Література [2; 3; 9–11; 16; 18]

Тема 7. Знаходження розв'язків системи лінійних алгебраїчних та диференціальних рівнянь методами статистичного моделювання

Ймовірнісні моделі для розв'язування системи лінійних рівнянь. Приклади. Методи розв'язування лінійних систем з матрицями загального виду. Приклади застосування методу статистичного моделювання до наближеного розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. Наближене розв'язання диференціальних рівнянь з частинними похідними методом "блукання".

Література [2–4; 10; 11; 13; 16; 17]

Тема 8. Лінійна регресія

Задача регресійного аналізу вимірювань. Етапи регресійного аналізу. Оцінка невідомих параметрів методом найменших квадратів.

Література [5–9; 11; 15; 19; 21]

Тема 9. Моделювання стохастичних систем

Ймовірнісна модель функціонування комплексного автопідприємства (у термінах теорії масового обслуговування). Статистичне моделювання економіки (модель Клейна).

Література [11; 14–16; 22; 23]

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Роль математичного моделювання в дослідженні процесів та явищ, що відбуваються у складних системах.
2. Основні теореми про закон великих чисел, на яких базується статистичне моделювання.

3. Ідея методу статистичних випробувань.
4. Основні етапи методу статистичних випробувань.
5. Приклади задач, для розв'язання яких можна застосувати метод статистичного моделювання.
6. Особливості статистичного моделювання.
7. Переваги методу статистичних випробувань.
8. Недоліки методу статистичних випробувань.
9. Датчики випадкових чисел.
10. Що таке псевдовипадкові числа?
11. За якими формулами генеруються псевдовипадкові числа на комп'ютерах?
12. Як розігрується дискретна випадкова величина на обчислювальних засобах?
13. Спосіб моделювання появи випадкової події із заданою ймовірністю $P(A) = p$.
14. Процедура розігрування групи несумісних подій при відомих ймовірностях настання кожної з них?
15. Датчик біномного розподілу.
16. Як формується датчик пуассонового розподілу?
17. Як оцінюється точність моделювання випадкових величин?
18. Стандартний метод моделювання абсолютно неперервної випадкової величини.
19. Метод одержання послідовності псевдовипадкових чисел, рівномірно розподілених на заданому інтервалі (a, b) .
20. Особливість моделювання нормально розподіленої випадкової величини з параметрами a та b .
21. Збирання статистичних даних та одержання на їх основі статистичних оцінок випадкових величин.
22. Визначення кількості необхідних реалізацій при моделюванні випадкових величин для оцінки ймовірності настання подій.
23. Як оцінити математичне сподівання випадкової величини X ?
24. Визначення кількості необхідних реалізацій при моделюванні випадкової величини для оцінки середнього значення.
25. У чому полягає метод Монте-Карло?
26. Гауссів випадковий процес.
27. Що таке кореляційна функція $R(t)$ випадкового процесу?
28. Відмінність між траєкторією і реалізацією випадкового процесу.
29. Що таке модель авторегресії та ковзаючого середнього?
30. Означення процесу броунового руху.

31. Вінерівський процес.
32. Як моделюються дискретні випадкові величини X_t ?
33. Наближений розв'язок означеного інтеграла методом статистичних випробувань.
34. Ускладнення обчислення багатократних інтегралів.
35. Як можна зменшити трудомісткість статистичного оцінення значення інтеграла?
36. Як обчислюються багатократні інтеграли методом Монте-Карло?
37. Порівняльна характеристика методів наближеного обчислення інтегралів.
38. Як оцінюється наближене значення інтеграла, отримане методом статистичних випробувань?
39. Імовірнісні моделі для розв'язування системи лінійних рівнянь.
40. Імовірнісне трактування збіжності наближеного розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь з точним.
41. Приклади застосування методу статистичного моделювання до розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
42. Застосування методу статистичного моделювання до наближеного розв'язання звичайних диференціальних рівнянь (навести приклади).
43. Як розв'язуються найпростіші задачі математичної фізики методами статистичного моделювання (навести приклади)?
44. Наближене розв'язання диференціальних рівнянь з частинними похідними методом "блукання".
45. Завдання регресійного аналізу результатів вимірювань.
46. Основні етапи регресійного аналізу функціональних залежностей за результатами вимірювань.
47. Сутність методу найменших квадратів і застосування при визначенні невідомих параметрів залежностей.
48. Як оцінюється вибір лінійної регресії як апроксимуючої функції?
49. Міра розпорошеності результатів експерименту.
50. Що таке міра відхилень від лінії регресії?
51. Імовірнісна модель комплексного функціонування автопідприємства в термінах теорії масового обслуговування.
52. Циклічність процесу функціонування комплексного автопідприємства.

53. Як можна оцінити ефективність функціонування автопідприємства?
54. Скласти блок-схему простого алгоритму моделювання випадкового процесу $X_t = (x_i(t))$, де початковий розподіл автомобілів за зонами $X_t=0 = (x_i(0))$ задається довільно.
55. Як функціонує економіка за моделлю Клейна?
56. Навести блок-схему моделювання випадкового процесу функціонування економіки.
57. Варіанти фінансової політики уряду.
58. Як обчислюється середній дохід від реалізації політики?
59. Моделювання лінійної системи автоматичного керування.
60. Використання фільтра Калмана для оцінки значень випадкового процесу.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. Бусленко Н. П. Моделирование сложных систем. — М.: Наука, 1978. — 400 с.
2. Ермаков С. М., Михайлов Г. А. Статистическое моделирование. — 2-е изд. — М.: Наука, 1982. — 296 с.
3. Соболев И. М. Метод Монте-Карло. — М.: Наука, 1985. — 78 с.
4. Советов Б. Я., Яковлев С. А. Моделирование систем: Учеб. для вузов. — М.: Высш. шк., 1985.
5. Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И. Теория вероятностей и математическая статистика. — К.: Выща шк., 1979. — 408 с.
6. Гихман И. И., Скороход А. В. Введение в теорию случайных процессов. — М.: Наука, 1977. — 568 с.
7. Коваленко И. Н., Гнеденко Б. В. Теория вероятностей. — К.: Выща шк., 1990. — 328 с.
8. Плис А. И., Сливина Н. А. Лабораторный практикум по высшей математике. — М.: Высш. шк., 1994. — 410 с.
9. Харин Ю. С., Степанова М. Д. Практикум на ЭВМ по математической статистике. — Минск: Университетское, 1987. — 304 с.
10. Зеленський К. Х., Ігнатенко В. М., Коц О. П. Комп'ютерні методи прикладної математики. — К.: Академперіодика, 2002. — 480 с.
11. Ясинський В. К., Юрченко І. В. Статистичне моделювання: Метод вказівки до лаб. робіт. — Чернівці: Рута, 1997. — 46 с.

12. *Томашевський В. М., Жданова О. Г., Жолдаков О. О.* Вирішення практичних завдань методами комп'ютерного моделювання. — К.: Корнійчук, 2001. — 267 с.
13. *Маликов В. Т., Кветный Г. Н.* Вычислительные методы и применение ЭВМ. — К.: Выща шк., 1989. — 214 с.
14. *Адоман Дж.* Стохастические системы. — М.: Мир, 1987. — 376 с.
15. *Валтер Я.* Стохастические модели в экономике. — М.: Статистика, 1970.

Додаткова

16. *Михайлов Г. А., Войтишек А. В.* Численное статистическое моделирование. — М.: Академия, 2006.
17. *Соболь И. М.* Численные методы Монте-Карло. — М.: Наука, 1973.
18. *Основы имитационного и статистического моделирования / Ю. С. Харин и др.* — Минск: Дизайн ПРО, 1997.
19. *Розанов Ю. А.* Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика. — М.: Наука, 1985. — 320 с.
20. *Боровков А. А.* Курс теории вероятностей. — М.: Наука, 1976. — 288 с.
21. *Боровков А. А.* Математическая статистика: Оценка параметров. Проверка гипотез. — М.: Наука, 1984. — 472 с.
22. *Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В. С. Королюк, Н. И. Портенко, А. В. Скороход, А. Ф. Турбин.* — М.: Наука, 1985. — 640 с.
23. *Матвеев В. Ф., Ушаков В. Г.* Системы массового обслуживания. — М.: Изд-во МГУ, 1984. — 230 с.

ЗМІСТ

Пояснювальна записка	3
Тематичний план дисципліни	
“Статистичне моделювання”	3
Зміст дисципліни	
“Статистичне моделювання”	4
Питання для самоконтролю	6
Список літератури	9

Відповідальний за випуск *А. Д. Вегеренко*
 Редактор *О. В. Лебідь*
 Комп'ютерне верстання *О. Л. Лашина, О. М. Бабаєва*

Зам. № ВКЦ-2977

Формат 60 84/16. Папір офсетний.
 Друк ротатійний трафаретний.

Наклад 30 пр.

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)
 03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП

ДП «Видавничий дім «Персонал»

03039 Київ-39, просп. Червонозоряний, 119, літ. XX

*Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
 суб'єктів видавничої справи ДК № 3262 від 26.08.2008*

Надруковано в друкарні ДП «Видавничий дім «Персонал»